

**Centre
de coopération
internationale
en recherche
agronomique
pour le
développement**

**Délégation de
la Réunion**

CIRAD B P 20
97408
Saint-Denis
Messag
Cedex 9
téléphone :
(0262) 52.80.00
télécopie :
(0262) 52.80.01

Ana Light :
un *remake* analytique allégé
du modèle *Mona Lise*

François Guerrin



Ana Light :
un *remake* analytique allégé
du modèle *Mona Lise*

François Guerrin

Inra/Cirad – Equipe Gestion des déchets organiques
Département Tera, Programme Ere
Station de La Bretagne
BP 20 – 97408 Saint-Denis Cédex 09
E-mail : guerrin@cirad.fr

Décembre 1999 — Rapport n° 90/99

Remerciements :

Ce travail a été réalisé dans le cadre de l'opération de recherche n° 94210 *Gestion des effluents d'élevage : modélisation et simulation des flux de matières organiques* du Cirad Réunion, avec le concours financier de la Région Réunion.

Table des matières

1	Mona Lise après renommage des variables	11
1.1	Conventions	11
1.2	Variables	11
1.2.1	Temps relatif	11
1.2.2	Groupe Lisier	12
1.2.3	Groupe Cultures	12
1.2.4	Groupe Epan dage	14
1.2.5	Groupe Transport	16
1.2.6	Groupe Compostage	17
1.3	Constantes	19
1.3.1	Groupe Control	19
1.3.2	Groupe Lisier	19
1.3.3	Groupe Cultures	19
1.3.4	Groupe Epan dage	20
1.3.5	Groupe Transport	22
1.3.6	Groupe Compostage	22
1.3.7	Groupe Switch	24
2	Ana Lise : reformalisation mathématique de Mona Lise	25
2.1	Principes	25
2.1.1	Macro ROUND	25
2.1.2	Variables indicées	25
2.2	Variables	27
2.2.1	Temps relatif	27
2.2.2	Groupe Lisier	27
2.2.3	Groupe Cultures	29
2.2.4	Groupe Epan dage	31
2.2.5	Groupe Transport	34
2.2.6	Groupe Compostage	35
2.3	Constantes	38
2.3.1	Groupe Lisier	38
2.3.2	Groupe Cultures	39
2.3.3	Groupe Epan dage	39
2.3.4	Groupe Transport	40
2.3.5	Groupe compostage	41
2.3.6	Groupe Switch	42

3	Ana Light : simplification de Ana Lise	43
3.1	Simplification	43
3.1.1	Temps relatif	43
3.1.2	Groupe Lisier	43
3.1.3	Groupe Cultures	44
3.1.4	Groupe Epan dage	45
3.1.5	Groupe Transport	46
3.1.6	Groupe Compostage	46
3.2	Renommage des variables	48
3.2.1	Conventions	48
3.2.2	Temps relatif	49
3.2.3	Variable de sortie	49
3.2.4	Variables d'état	49
3.2.5	Commandes	52
3.2.6	Perturbations	54
A	Correspondance des noms de variables	56
B	Equivalence mathématique de fonctions Vensim	61
B.1	ALLOC_P	61
B.1.1	Transcription de la fonction	61
B.1.2	Notation	62
B.1.3	Exemple	62
B.2	DELAY_INFORMATION	63
B.3	IF_THEN_ELSE	63
B.4	INTEG	64
B.5	LOOKUP_BACKWARD	64
B.6	MODULO	64
B.7	PROD	64
B.8	PULSE	65
B.9	SAMPLE_IF_TRUE	65
B.10	SUM	65
B.11	TREND	65
B.12	VMAX	65
B.13	XIDZ	66

Table des figures

2.1	<i>Ana Lise</i> : graphe représentatif du groupe Lisier.	28
2.2	<i>Ana Lise</i> : graphe représentatif du groupe Cultures.	29
2.3	<i>Ana Lise</i> : graphe représentatif du groupe Epandage	31
2.4	<i>Ana Lise</i> : graphe représentatif du groupe Transport.	34
2.5	<i>Ana Lise</i> : graphe représentatif du groupe Compostage.	36
3.1	Graphe représentatif du modèle <i>Ana Light</i>	48
B.1	Graphe des fonctions $h(1,p)$ et $h(2,p)$, respectivement lignes inférieure et supérieure du graphique.	62
B.2	$H(p) = h(1,p) + h(2,p)$	63

Préambule

Ce rapport décrit la transcription du modèle MONA LISE, du langage de modélisation de VENSIM en langage mathématique, et sa simplification. L'ensemble permet d'obtenir un modèle équivalent « allégé » dénommé ANA LIGHT. La motivation initiale de ce travail était la réalisation de l'étude analytique de MONA LISE. Elle est aussi de pouvoir communiquer ce modèle à un public plus large de modélisateurs ou d'utilisateurs potentiels, indépendamment du langage utilisé pour son implantation informatique.

Ce travail a consisté en trois étapes :

1. renommage des variables de MONA LISE, étape décrite dans le chapitre 1 ;
2. reformalisation des équations VENSIM en notation conventionnelle permettant d'obtenir un modèle intermédiaire, ANA LISE, décrit dans le chapitre 2 ;
3. simplification du modèle ANA LISE, puis, à nouveau, renommage des variables selon les conventions de l'automatique (U : commandes, X : états, Y : sorties observées, Z : perturbations) ; le résultat est l'obtention d'un modèle équivalent, ANA LIGHT, ayant un nombre d'équations réduit de moitié ; ces opérations sont décrites dans le chapitre 3.

Afin de faciliter la compréhension du passage entre ces trois versions successives du même modèle, un tableau de correspondance des noms de variables est donné en annexe A. De même, l'équivalence mathématique des fonctions VENSIM figure dans l'annexe B.

Le présent rapport ne reprend pas les exemples d'utilisation du modèle en simulation ou optimisation traités dans celui consacré à MONA LISE. Les résultats obtenus avec ANA LIGHT sont strictement équivalents à ceux de MONA LISE (comme à ceux de l'intermédiaire ANA LISE). Ce rapport constitue plutôt une sorte d'annexe technique du précédent auquel on pourra utilement se reporter :

Guerrin F., Paillat J.-M., 1999. MONA LISE : *modèle numérique-symbolique d'aide à la gestion de lisiers d'élevage*. Cirad-Tera, rapport n° 34/99, La Réunion, 99 p.

Ce travail rentre dans le cadre de l'action thématique programmée du Cirad (ATP n° 99/60) : « Modélisation des flux de biomasse et des transferts de fertilité ; gestion des effluents d'élevage à la Réunion ».

Chapitre 1

Mona Lise après renommage des variables

1.1 Conventions

Afin de faciliter la reformalisation de MONA LISE en langage mathématique¹, on renomme ses variables en fonction de leur interprétation physique, en utilisant les symboles suivants (par convention, sauf cas particuliers, les variables d'état et les constantes du modèle sont notées en majuscules, les variables auxiliaires — statiques, en minuscules) :

- c, e, m, v : variables symboliques (noms d'indices des variables indicées) ;
- C_i, E_j, M_k, V_l : constantes symboliques (valeurs des indices) ;
- $Q_i, q_{i'}$: quantité (stock, déplacement, masse, volume ...) correspondant à l'intégration d'un flux ;
- $F_j, f_{j'}$: flux ou quantité rapportée à un temps (vitesse, débit, fréquence ...) ;
- $R_k, r_{k'}$: rapport de deux quantités (dose, masse volumique, concentration, rendement, ...) ;
- $T_l, t_{l'}$: quantité de temps (date, durée, délai, période, ...) ;
- t : variable indépendante temps ;
- T_0 : temps initial de simulation ;
- T_f : temps final de simulation ;
- T_s : pas de temps de simulation ;
- $K_m, k_{m'}$: autres variables.

1.2 Variables

1.2.1 Temps relatif

Correspond à la date calculée sur une année (*i.e.*, de 0 à 365 jours) :

$$t_{12} = MAX(ROUND(MODULO(t, 365), T_s, 0.5), 0) \quad (1.1)$$

¹Le problème est d'avoir des équations de taille raisonnable.

1.2.2 Groupe Lisier

NB : $F_{12}, Q_2, Q_{18}, Q_{25}$ sont des constantes spécifiées § 1.3.2.

in_out :

$$f_{10} = f_{11} - f_{17} \quad (1.2)$$

input_lisier :

$$f_{11} = F_{12} * Q_{18} \quad (1.3)$$

output_lisier :

$$f_{17} = f_8[E_1] + f_1 + f_5 \quad (1.4)$$

tend_stock :

$$f_{21} = TREND(Q_{29}, T_f - T_0, 0) \quad (1.5)$$

flux_ravine :

$$f_5 = IF_THEN_ELSE(k_{24} > 1, f_{11}, 0) \quad (1.6)$$

surstock :

$$k_{24} = Q_{29}/Q_2 \quad (1.7)$$

balance_gestion_lisier :

$$q_1 = q_{35} - (Q_9 + Q_{29}) \quad (1.8)$$

Cumul_Ravine :

$$Q_{10} = INTEG(f_5, 0) \quad (1.9)$$

Stock_Lisier :

$$Q_{29} = INTEG(f_{11} - f_{17}, Q_{25}) \quad (1.10)$$

total_lisier_produit :

$$q_{35} = Q_6 + Q_{25} \quad (1.11)$$

Cumul_Input_Lisier :

$$Q_6 = INTEG(f_{11}, 0) \quad (1.12)$$

Cumul_Output_Lisier :

$$Q_9 = INTEG(f_{17}, 0) \quad (1.13)$$

1.2.3 Groupe Cultures

NB : Les constantes $F_{24}, Q_{17}, Q_{33}, R_7, T_{22}, T_{28}$ ainsi que t_{16} et t_{23} sont spécifiées § 1.3.3.

flux_surface_liberee :

$$f_6[c] = k_4[c] * q_{32}[c] / t_{21}[c] \quad (1.14)$$

nb_recolte :

$$k_{14}[c] = INTEGER(t_{16}[c] / t_{23}[c]) \quad (1.15)$$

action_recolte :

$$k_4[c] = PULSE(t_{11}[c], t_{21}[c]) \quad (1.16)$$

Cumul_Surface_Liberee :

$$Q_{11}[c] = INTEG(f_6[c], 0) \quad (1.17)$$

production :

$$q_{19}[c] = R_7[c] * q_{32}[c] \quad (1.18)$$

surf_recoltable :

$$q_{32}[c] = Q_{33}[c] / k_{14}[c] \quad (1.19)$$

cycle_cultural :

$$t_1[c] = LOOKUP_BACKWARD(T_{22}[c], t_{12}) \quad (1.20)$$

date_recolte :

$$t_{10}[c] = SAMPLE_IF_TRUE(t \geq t_9[c] : AND : t < t_9[c] + t_{16}[c] - t_{21}[c] \\ : AND : (0 \leq t_6[c] : AND : t_6[c] < T_s), t, t_9[c]) \quad (1.21)$$

date_recolte_corrige :

$$t_{11}[c] = t_{10}[c] + MAX(ROUND(T_{28}[c], T_s, 0.5), 0) \quad (1.22)$$

duree_recolte :

$$t_{21}[c] = MAX(ROUND(XIDZ(q_{19}[c], F_{24}[c] * Q_{17}[c], T_s), \\ T_s, 0.5), 0) \quad (1.23)$$

date_cycle :

$$t_3[c] = MAX(ROUND(MODULO(t_{12}, t_1[c]), T_s, 0.5), 0) \quad (1.24)$$

date_frac :

$$t_6[c] = MAX(ROUND(MODULO(t_3[c], t_{23}[c]), T_s, 0.5), 0) \quad (1.25)$$

date_rec1 :

$$t_9[c] = SAMPLE_IF_TRUE(: NOT : t_{12} = 0 \\ : AND : (0 \leq t_3[c] : AND : t_3[c] < T_s), t, t_1[c]) \quad (1.26)$$

1.2.4 Groupe Epan dage

NB : $K_5, K_{19}, K_{20}, K_{23}, K_{28}, R_1, r_5, t_{14}, T_{19}, T_{24}$ sont des constantes spécifiées § 1.3.4.

temps_alloue

$$f_{18}[e, c] = ALLOC_P(f_{20}[e, c], k_{21}[e, c], K_{28}, MARKETP(f_{20}[E_1, C_1], k_{21}[E_1, C_1], k_{13}, K_{28}, F_{19})) \quad (1.27)$$

temps_requis

$$f_{20}[e, c] = F_{19} * k_6[e, c] \quad (1.28)$$

Delai_Epan dage :

$$F_3[e, c] = DELAY_INFORMATION(f_4[e, c], t_{17}[e, c], f_4[e, c]) \quad (1.29)$$

flux_epandu :

$$f_4[e, c] = f_{18}[e, c]/r_8[e, c] \quad (1.30)$$

flux_surface_traitee :

$$f_7[e, c] = F_3[e, c]/r_2[e, c] \quad (1.31)$$

flux_total_epandu :

$$f_8[e] = SUM(f_4[e, c!]) \quad (1.32)$$

ctrl_inf_ok :

$$k_{10}[e] = IF_THEN_ELSE(q_{31}[e] < q_{21}[e], 0, 1) \quad (1.33)$$

ctrl_sup_ok :

$$k_{11}[e, c] = IF_THEN_ELSE(q_{31}[e] > q_{22}[e, c], 1, 0) \quad (1.34)$$

nb_combin (nb. d'instances de l'indice $[mat_epandable, culture]$)

$$k_{13} = VMAX(k_{16}[e!]) * VMAX(k_{15}[c!]) \quad (1.35)$$

num_cult (n° d'instances de l'indice $culture$)

$$k_{15}[c] = c \quad (1.36)$$

num_mat_ep (n° d'instances de l'indice $mat_epandable$)

$$k_{16}[e] = e \quad (1.37)$$

priorite :

$$k_{21}[e, c] = K_{19}[c] * K_{20}[e] \quad (1.38)$$

action_epandage

$$k_3[e, c] = IF_THEN_ELSE(k_7[e, c] : AND :: NOT : K_9[e, c] : AND : k_{10}[e] : AND : K_{27}[e], 1, 0) \quad (1.39)$$

cond_speciales :

$$k_6[e, c] = IF_THEN_ELSE(k_{24} \geq K_{23}[c] : AND : K_{26}[c], k_3[e, c], 0) \quad (1.40)$$

creneau_epandage :

$$k_7[e, c] = PULSE(t_5[e, c], t_{17}[e, c]) \quad (1.41)$$

Ctrl_Duree_Epandage :

$$K_9[e, c] = DELAY_INFORMATION(k_7[e, c], t_{17}[e, c], k_7[e, c]) \quad (1.42)$$

Cumul_Surface_Traitee :

$$Q_{12}[e, c] = INTEG(f_7[e, c], 0) \quad (1.43)$$

Cumul_Total_Mo_Epandu :

$$Q_{14}[e] = INTEG(f_8[e], 0) \quad (1.44)$$

qte_a_epandre :

$$q_{20}[e, c] = r_2[e, c] * q_{34}[c] \quad (1.45)$$

seuil_inf_ctrl :

$$q_{21}[e] = Q_3[e] * K_5 \quad (1.46)$$

seuil_sup_ctrl :

$$q_{22}[e, c] = MAX(ROUND(T_{19}[c], T_s, 0.5), 0) * f_{25}[e, c] \quad (1.47)$$

Stock_Surface :

$$Q_{30}[c] = INTEG(f_6[c] - SUM(f_7[e], c), 0) \quad (1.48)$$

stocks_mat_ep :

$$q_{31}[E_1] = Q_{29} \quad (1.49a)$$

$$q_{31}[E_2] = Q_{23} \quad (1.49b)$$

surface_epandable :

$$q_{34}[c] = IF_THEN_ELSE(Q_{30}[c] < 0, 0, IF_THEN_ELSE(Q_{30}[c] > Q_{33}[c], Q_{33}[c], Q_{30}[c])) \quad (1.50)$$

Cumul_Mo_Epandu :

$$Q_7[e, c] = INTEG(f_4[e, c], 0) \quad (1.51)$$

cumul_n_epandu :

$$q_8[e, c] = Q_7[e, c] * r_5[e] \quad (1.52)$$

dose_vol_par_ha :

$$r_2[e, c] = R_1[c] / r_5[e] \quad (1.53)$$

duree_epandage :

$$t_{17}[e, c] = MAX(ROUND(q_{20}[e, c]/f_{25}[e, c], T_s, 0.5), 0) \quad (1.54)$$

Temps_Passe :

$$T_{32}[e, c] = INTEG(f_{18}[e, c], 0) \quad (1.55)$$

total_temps_epandage :

$$t_{35}[e] = SUM(T_{32}[e, c]) \quad (1.56)$$

date_epandage :

$$\begin{aligned} t_5[e, c] = & SAMPLE_IF_TRUE(t \geq t_8[c] \\ & : AND : t < t_8[c] + MAX(ROUND(t_{14}[c], T_s, 0.5), 0) + T_s \\ & : AND :: NOT : K_9[e, c] \\ & : AND : t_{17}[e, c] \geq MAX(ROUND(T_{19}[c], T_s, 0.5), 0) \\ & : AND : k_{11}[e, c] : AND : K_{27}[e], \\ & t, t_8[c]) \end{aligned} \quad (1.57)$$

date_plus_tot :

$$t_8[c] = t_{11}[c] + t_{21}[c] + MAX(ROUND(T_{24}[c], T_s, 0.5), 0) \quad (1.58)$$

1.2.5 Groupe Transport

NB : $F_2, F_{19}, F_{22}, f_{23}, Q_3, Q_{16}$ sont des constantes spécifiées § 1.3.5.

nb_transports_par_jour :

$$f_{13}[e, c] = F_{19}/t_{30}[e, c] \quad (1.59)$$

vol_jour_epandable :

$$f_{25}[e, c] = f_{13}[e, c] * Q_3[e] \quad (1.60)$$

distance_elevage_parcelle :

$$q_{15}[c] = SUM(Q_{16}[v!, c]) \quad (1.61)$$

temps_epandage_par_m3 :

$$r_8[e, c] = t_{30}[e, c]/Q_3[e] \quad (1.62)$$

temps_epandage_par_trans :

$$t_{30}[e, c] = t_{33}[e] + t_{34}[c] \quad (1.63)$$

temps_partiels_transport_ar :

$$t_{31}[v, c] = Q_{16}[v, c] * (1/F_{22}[v] + 1/f_{23}[v]) \quad (1.64)$$

temps_remplissage :

$$t_{33}[e] = 2 * Q_3[e]/F_2 \quad (1.65)$$

temps_transport_ar :

$$t_{34}[c] = SUM(t_{31}[v!, c]) \quad (1.66)$$

1.2.6 Groupe Compostage

NB : Les constantes $K_{17}, K_{18}, K_{22}, Q_{26}, Q_{27}, Q_{28}, R_3, R_4, R_6, T_7, T_{13}, T_{18}, T_{20}, T_{26}$, et T_{29} , sont spécifiées § 1.3.6.

conso_lisier :

$$f_1 = f_{27}[M_2] \quad (1.67)$$

out_compost :

$$f_{14} = f_8[E_2] \quad (1.68)$$

Out_Phase1 :

$$F_{15} = DELAY_INFORMATION(k_2 * Q_{38}/t_{27}, t_{27} + T_{18}, 0) \quad (1.69)$$

Out_Phase2 :

$$F_{16} = DELAY_INFORMATION(F_{15} * (1 - K_{18}), T_{20}, 0) \quad (1.70)$$

zut_apport_masse :

$$f_{26}[m] = f_{27}[m] * R_4[m] \quad (1.71)$$

zut_apport_vol :

$$f_{27}[m] = (q_{36}[m]/T_{26}[m]) * k_1[m] \quad (1.72)$$

In_Mo :

$$F_9 = DELAY_INFORMATION(SUM(f_{26}[m!]), \\ MAX(ROUND(T_{26}[M_1], T_s, 0.5), 0), 0) \quad (1.73)$$

action_apport :

$$k_1[m] = IF_THEN_ELSE(K_{25}[m] : AND : PROD(k_8[m!]), \\ PULSE(t_2[m], T_{26}[m]), 0) \quad (1.74)$$

fractionnement_batch :

$$k_{12}[m] = t_{25}[M_1]/t_{25}[m] \quad (1.75)$$

action_déstockage :

$$k_2 = IF_THEN_ELSE(Q_{38} > 0, PULSE(T_4, t_{27}), 0) \quad (1.76)$$

ctrl_apport_ok :

$$k_8[M_1] = 1 \\ k_8[M_2] = k_{10}[E_1] \quad (1.77)$$

Cumul_Total_Apport :

$$Q_{13} = INTEG(F_9, 0) \quad (1.78)$$

Stock_Compost :

$$Q_{23} = INTEG((F_{16}/R_3) - f_{14}, Q_{26}/R_3) \quad (1.79)$$

stock_compost_masse :

$$q_{24} = Q_{23} * R_3 \quad (1.80)$$

vol_par_apport :

$$q_{36}[m] = q_{37}[m]/k_{12}[m] \quad (1.81)$$

vol_par_batch :

$$q_{37}[M_1] = 33 \quad (1.82a)$$

$$q_{37}[M_2] = q_{37}[M_1] * K_{22} \quad (1.82b)$$

Zut_Phase_1 :

$$Q_{38} = INTEG(F_9 * (1 - K_{17}) - F_{15}, Q_{27}) \quad (1.83)$$

Zut_Phase_2 :

$$Q_{39} = INTEG(F_{15} * (1 - K_{18}) - F_{16}, Q_{28}) \quad (1.84)$$

Cumul_Apport :

$$Q_4[m] = INTEG(f_{26}[m], 0) \quad (1.85)$$

Cumul_Conso_Lisier :

$$Q_5 = INTEG(f_1, 0) \quad (1.86)$$

duree_batch :

$$t_{15} = MAX(ROUND(t_{25}[M_1] - t_{27} - T_{13}, T_s, 0.5), 0) \quad (1.87)$$

date_apport :

$$\begin{aligned} t_2[m] = & SAMPLE_IF_TRUE(\\ & t_{12} \geq MAX(ROUND(T_7, T_s, 0.5), 0) \\ & : AND : MODULO(MAX(ROUND(T_7, T_s, 0.5), 0) + t_{25}[m], t_{25}[m]) \\ & \leq MODULO(t_{12}, t_{25}[m]) \\ & : AND : MODULO(t_{12}, t_{25}[m]) \\ & < T_s + MODULO(MAX(ROUND(T_7, T_s, 0.5), 0) + t_{25}[m], t_{25}[m]), \\ & t, MAX(ROUND(T_7, T_s, 0.5), 0)) \end{aligned} \quad (1.88)$$

periode_apport_an :

$$t_{25}[m] = LOOKUP_BACKWARD(T_{29}[m], t_{12}) \quad (1.89)$$

periode_destockage_jour :

$$t_{27} = T_{26}[M_1] \quad (1.90)$$

Date_Destockage :

$$T_4 = DELAY_INFORMATION(t_2[M_1] + t_{15}, t_{15}, t_{15}) \quad (1.91)$$

1.3 Constantes

1.3.1 Groupe Control

TIME_STEP :

$$T_s = 0.01 \quad (1.92)$$

FINAL_TIME :

$$T_f = 365 \quad (1.93)$$

INITIAL_TIME :

$$T_0 = 0 \quad (1.94)$$

SAVEPER :

$$SAVEPER = 0.1 \quad (1.95)$$

1.3.2 Groupe Lisier

LISIER_PAR_TNE :

$$F_{12} = 0.06 \quad (1.96)$$

NB_TNE :

$$Q_{18} = 45 \quad (1.97)$$

CAPACITE_STOCKAGE :

$$Q_2 = 350 \quad (1.98)$$

STOCK_INIT :

$$Q_{25} = 50 \quad (1.99)$$

1.3.3 Groupe Cultures

culture : fourrage, canne, fruits, friche

$$c : C_1, C_2, C_3, C_4 \quad (1.100)$$

FCYCLE :

$$T_{22}[C_1]([(0, 0) - (365, 60)], (0, 28), (60, 42), (152, 56), (244, 42), (335, 28)) \quad (1.101a)$$

$$T_{22}[C_2]([(0, 0) - (365, 400)], (0, 215)) \quad (1.101b)$$

$$T_{22}[C_3]([(0, 0) - (365, 200)], (0, 181)) \quad (1.101c)$$

$$T_{22}[C_4]([(0, 0) - (365, 365)], (0, 10)) \quad (1.101d)$$

duree_campagne (on peut également spécifier un nombre de jours) :

$$t_{16}[c] = t_1[c] \quad (1.102)$$

frac_cycle (on peut également spécifier un nombre de jours) :

$$t_{23}[c] = t_1[c] \quad (1.103)$$

VITESSE RECOLTE :

$$F_{24}[C_1] = 40 \quad (1.104a)$$

$$F_{24}[C_2] = 5 \quad (1.104b)$$

$$F_{24}[C_3] = 0.5 \quad (1.104c)$$

$$F_{24}[C_4] = 0 \quad (1.104d)$$

SURFACE :

$$Q_{33}[C_1] = 3 \quad (1.105a)$$

$$Q_{33}[C_2] = 5 \quad (1.105b)$$

$$Q_{33}[C_3] = 1 \quad (1.105c)$$

$$Q_{33}[C_4] = 1 \quad (1.105d)$$

RENDEMENT :

$$R_7[C_1] = 20 \quad (1.106a)$$

$$R_7[C_2] = 80 \quad (1.106b)$$

$$R_7[C_3] = 15 \quad (1.106c)$$

$$R_7[C_4] = 0 \quad (1.106d)$$

NB COUPEURS :

$$Q_{17}[C_1] = 1 \quad (1.107a)$$

$$Q_{17}[C_2] = 2 \quad (1.107b)$$

$$Q_{17}[C_3] = 2 \quad (1.107c)$$

$$Q_{17}[C_4] = 0 \quad (1.107d)$$

RETARD :

$$T_{28}[C_1] = 0 \quad (1.108a)$$

$$T_{28}[C_2] = 0 \quad (1.108b)$$

$$T_{28}[C_3] = 0 \quad (1.108c)$$

$$T_{28}[C_4] = 0 \quad (1.108d)$$

1.3.4 Groupe Epandage

mat_epandable : lisier, compost

$$e : E_1, E_2 \quad (1.109)$$

PRIOR CULT :

$$K_{19}[C_1] = 2 \quad (1.110a)$$

$$K_{19}[C_2] = 3 \quad (1.110b)$$

$$K_{19}[C_3] = 1 \quad (1.110c)$$

$$K_{19}[C_4] = 0 \quad (1.110d)$$

PRIOR EP :

$$K_{20}[E_1] = 10 \quad (1.111a)$$

$$K_{20}[E_2] = 1 \quad (1.111b)$$

SEUIL_SURSTOCK :

$$K_{23}[C_1] = 0 \quad (1.112a)$$

$$K_{23}[C_2] = 0 \quad (1.112b)$$

$$K_{23}[C_3] = 0 \quad (1.112c)$$

$$K_{23}[C_4] = 0.9 \quad (1.112d)$$

WIDTH :

$$K_{28} = 1 \quad (1.113)$$

COEFF_SEUIL :

$$K_5 = 1 \quad (1.114)$$

DOSE_N_PAR_HA :

$$R_1[C_1] = 60 \quad (1.115a)$$

$$R_1[C_2] = 200 \quad (1.115b)$$

$$R_1[C_3] = 100 \quad (1.115c)$$

$$R_1[C_4] = 200 \quad (1.115d)$$

delai_report :

$$t_{14}[C_1] = 15 \quad (1.116a)$$

$$t_{14}[C_2] = 45 \quad (1.116b)$$

$$t_{14}[C_3] = 30 \quad (1.116c)$$

$$t_{14}[C_4] = T_f - t \quad (1.116d)$$

masse_vol_n :

$$r_5[E_1] = 4.5 \quad (1.117a)$$

$$r_5[E_2] = R_6 * R_3 \quad (1.117b)$$

DUREE_MIN :

$$T_{19}[C_1] = 0.1 \quad (1.118a)$$

$$T_{19}[C_2] = 0.1 \quad (1.118b)$$

$$T_{19}[C_3] = 0.1 \quad (1.118c)$$

$$T_{19}[C_4] = 0.1 \quad (1.118d)$$

LATENCE :

$$T_{24}[C_1] = 1 \quad (1.119a)$$

$$T_{24}[C_2] = 1 \quad (1.119b)$$

$$T_{24}[C_3] = 1 \quad (1.119c)$$

$$T_{24}[C_4] = 0 \quad (1.119d)$$

1.3.5 Groupe Transport

voirie : vtt, chemin, route

$$v : V_1, V_2, V_3 \quad (1.120)$$

TEMPS_EPANDAGE_JOUR :

$$F_{19} = 10 \quad (1.121)$$

DEBIT_REMPLISSAGE :

$$F_2 = 50 \quad (1.122)$$

VITESSE_A_PLEIN :

$$F_{22}[V_1] = 5 \quad (1.123a)$$

$$F_{22}[V_2] = 10 \quad (1.123b)$$

$$F_{22}[V_3] = 15 \quad (1.123c)$$

vitesse_a_vide :

$$f_{23}[v] = 1.66 * F_{22}[v] \quad (1.124)$$

DISTANCES_PARTIELLES :

$$Q_{16}[V_1, C_1] = 0.3 \quad (1.125a)$$

$$Q_{16}[V_1, C_2] = 0.5 \quad (1.125b)$$

$$Q_{16}[V_1, C_3] = 0.75 \quad (1.125c)$$

$$Q_{16}[V_1, C_4] = 0.5 \quad (1.125d)$$

$$Q_{16}[V_2, C_1] = 0.4 \quad (1.125e)$$

$$Q_{16}[V_2, C_2] = 1 \quad (1.125f)$$

$$Q_{16}[V_2, C_3] = 0.5 \quad (1.125g)$$

$$Q_{16}[V_2, C_4] = 1.5 \quad (1.125h)$$

$$Q_{16}[V_3, C_1] = 1 \quad (1.125i)$$

$$Q_{16}[V_3, C_2] = 2 \quad (1.125j)$$

$$Q_{16}[V_3, C_3] = 0 \quad (1.125k)$$

$$Q_{16}[V_3, C_4] = 1 \quad (1.125l)$$

CAPACITE_TRANS :

$$Q_3[E_1] = 5 \quad (1.126a)$$

$$Q_3[E_2] = 20 \quad (1.126b)$$

1.3.6 Groupe Compostage

mo : support, effluent :

$$m : M_1, M_2 \quad (1.127)$$

T_APPORT :

$$T_{29}[M_1]([(0, 0) - (365, 60)], (0, 42)) \quad (1.128a)$$

$$T_{29}[M_2]([(0, 0) - (365, 10)], (0, 7)) \quad (1.128b)$$

PERTES_PHASE_1 :

$$K_{17} = 0.78 \quad (1.129)$$

PERTES_PHASE_2 :

$$K_{18} = 0.053 \quad (1.130)$$

RATIO_MELANGE :

$$K_{22} = 1.4 \quad (1.131)$$

STOCK_INIT_COMP :

$$Q_{26} = 0 \quad (1.132)$$

STOCK_INIT_ZUT_1 :

$$Q_{27} = 0 \quad (1.133)$$

STOCK_INIT_ZUT_2 :

$$Q_{28} = 0 \quad (1.134)$$

MASSE_VOL_COMP :

$$R_3 = 0.6 \quad (1.135)$$

MASSE_VOL_MO :

$$R_4[M_1] = 0.4 \quad (1.136a)$$

$$R_4[M_2] = 1.03 \quad (1.136b)$$

N_COMP :

$$R_6 = 4.8 \quad (1.137)$$

DELAI_IN_OUT :

$$T_{13} = 1 \quad (1.138)$$

DUREE_FERMENT :

$$T_{18} = 0 \quad (1.139)$$

DUREE_PHASE_2 :

$$T_{20} = 30 \quad (1.140)$$

PERIODE_APPORT_JOUR :

$$T_{26}[m] = 1 \quad (1.141)$$

DATE_INIT :

$$T_7 = 15 \quad (1.142)$$

TAB. 1.1: Définition de sous-scénarios à l'aide de constantes *switches* – 0 : faux, sinon : vrai. Equivalent aux stratégies simulées dans *Mona Lise* (Guerrin et Paillat, 1999, rapport Cirad-Tera 34/99)

Switches	Stratégies			
	NCP_NFR	NCP_FR	CP_NFR	CPP_NFR
K_{25}				
$K_{25}[M_1]$	0	0	1	1
$K_{25}[M_2]$	0	0	1	1
K_{27}				
$K_{27}[E_1]$	1	1	1	1
$K_{27}[E_2]$	0	0	0	1
K_{26}				
$K_{26}[C_1]$	1	1	1	1
$K_{26}[C_2]$	1	1	1	1
$K_{26}[C_3]$	1	1	1	1
$K_{26}[C_4]$	0	1	0	0

1.3.7 Groupe Switch

NB : Il s'agit ici d'une stratégie de base définie par des constantes binaires (valeurs prises : 0 \equiv faux, sinon \equiv vrai) ; voir également, pour d'autres stratégies, le tableau 1.1.

SW_COMP_ON :

$$K_{25}[m] = 1 \quad (1.143)$$

SW_CULTURE_ON :

$$K_{26}[c] = 1 \quad (1.144)$$

SW_EPANDAGE_ON :

$$K_{27}[e] = 1 \quad (1.145)$$

Chapitre 2

Ana Lise : reformalisation mathématique de Mona Lise

2.1 Principes

ANA LISE est la reformalisation en langage mathématique de MONA LISE, écrit dans le langage de modélisation de VENSIM. On donne ici les principes de cette transcription relatifs à la notation (ces principes sont également valables pour ANA LISE, dont il sera question chapitre 3). La correspondance entre variables de ANA LISE et de MONA LISE est donnée en annexe A. L'équivalence mathématique des fonctions VENSIM est donnée en annexe B.

2.1.1 Macro ROUND

Introduite pour des raisons techniques dans MONA LISE (arrondi de valeurs numériques), et n'ayant donc pas de signification analytique, on élimine la macro *ROUND* et l'expression $MAX(ROUND(.,.,.),.)$ de toutes les équations qui la contiennent.

2.1.2 Variables indicées

Indices

Le modèle MONA LISE comporte un certain nombre de variables ou constantes indicées par les indices c, e, m, v (cf. expressions 1.100, 1.109, 1.127, 1.120). Chaque indice correspond à une liste ordonnée de symboles :

$$\begin{aligned} c &: C_1, C_2, C_3, C_4 \\ e &: E_1, E_2 \\ m &: M_1, M_2 \\ v &: V_1, V_2, V_3 \end{aligned}$$

Le nombre d'éléments correspondant aux indices utilisés dans le modèle est donc ici : $c : 4$, $e : 2$, $m : 2$, et $v : 3$. Dans le cas général, un indice s peut avoir un nombre quelconque d'éléments : $s : S_1, \dots, S_n$.

Ces indices de MONA LISE peuvent donc être vus comme des ensembles de symboles indicés par leur rang : $s = \{S_i : i = 1, \dots, n\}$, ce rang étant la valeur (numérique) dans VENSIM du symbole correspondant. Par conséquent l'ordre (souvent arbitraire) dans lequel ces symboles sont listés a une certaine importance. Ces indices symboliques

peuvent donc être vus, de façon équivalente, comme des indices numériques classiques (*i.e.*, une suite d'entiers) :

$s \equiv i$ si $i = 1, \dots, n$ et $n = \text{card}(s)$ (le cardinal de l'ensemble s).

On pourra leur appliquer des opérations comme le produit cartésien :

$s \times s' = \{(S_i, S_j) : S_i \in s, S_j \in s'\}$, équivalent à $\{(i, j) : s \equiv i; s' \equiv j\}$.

Notation des variables indicées

Les variables ou constantes indicées sont notées dans MONA LISE sous la forme $x[s]$, où x est le nom de la variable, et s le nom d'indice ($s \in \{c, e, m, v\}$). En fait, la plupart des noms de variable de MONA LISE, après leur renommage effectué chapitre 1, prenant un indice numérique (par exemple : q_{32}), une variable indicée de ce nom sera notée $q_{32,s}$. De façon générique (notamment dans cette section), on note cependant les noms de variables x, y, z, \dots , ce qui donne si elles sont indicées par $s : x_s, y_s, z_s$ (avec $s \equiv i$).

Une variable indicée x_s sera donc l'ensemble des variables $\{x_1, \dots, x_n\}$, totalement ordonné selon les valeurs de i croissantes. Bien entendu, on a : $\text{card}(x_s) = \text{card}(s)$. Bien que ces variables soient donc des « vecteurs », cette conception « ensembliste » est plus en rapport avec la sémantique des opérations sur les variables indicées de VENSIM que celle de vecteur.

Opérations binaires sur des variables ayant le même indice

Soient $x[s]$ et $y[s]$, deux variables indicées de MONA LISE, telles que leur composition par « \circ », une opération binaire quelconque définie dans VENSIM (somme, produit, ...), détermine la variables $z[s]$. L'équation correspondante est notée dans MONA LISE sous la forme : $z[s] = x[s] \circ y[s]$. On notera dans ANA LISE cette équation : $z_s = x_s \circ y_s$, où $z_s = \{x_i \circ y_i : i \equiv s\}$, l'ensemble obtenu par la composition des éléments des couples (x_i, y_i) pour chaque valeur de i (« \circ » est le symbole d'opération classique, homologue de « \circ »).

Ainsi une équation de MONA LISE notée :

$$z[s] = (x[s] + x'[s]) * y[s] / w[s] \quad (2.1)$$

sera traduite :

$$\begin{aligned} z_s &= (x_s + x'_s) \frac{y_s}{w_s} \\ &= \left\{ (x_i + x'_i) \frac{y_i}{w_i} : i \equiv s \right\} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Il en va de même pour une opération binaire appliquée à une variable indicée et à une variable non indicée. Ainsi, une somme apparaissant dans MONA LISE comme $z[s] = x[s] + y$, sera notée :

$$z_s = x_s + y = \{x_i + y : i \equiv s\} \quad (2.3)$$

De même, pour le produit par un scalaire ; l'équation $z[s] = x[s] * y$ sera traduite par :

$$z_s = x_s y = \{x_i y : i \equiv s\} \quad (2.4)$$

Opérations binaires sur des variables à indices différents

Effectuer une opération binaire entre deux variables de MONA LISE dotées d'indices distincts, ne possédant donc pas nécessairement le même nombre d'éléments, consiste à former l'ensemble composé du résultat de l'opération appliquée à chaque élément du produit cartésien des ensembles correspondant aux deux variables. Ainsi, soient $x[s]$ et $y[s']$, deux variables indicées de MONA LISE, telles que $x[s] \tilde{o} y[s'] = z[s, s']$ où « \tilde{o} » est une opération binaire quelconque (addition, produit, ...) et $s \equiv i = 1, \dots, n$, $s' \equiv j = 1, \dots, n'$. On traduira dans ANA LISE l'expression donnant $z[s, s']$ par :

$$\begin{aligned} z_{s \times s'} &= x_s \circ y_{s'} \\ &= \{z_{(i,j)} = x_i \circ y_j : \forall i \equiv s, \forall j \equiv s' \quad (S_i, S_j) \in s \times s'\} \\ &= \{x_1 \circ y_1, \dots, x_n \circ y_1, x_1 \circ y_2, \dots, x_n \circ y_{n'}\} \end{aligned} \quad (2.5)$$

On a, bien entendu, $\text{card}(z_{s \times s'}) = \text{card}(s \times s') = \text{card}(s) \cdot \text{card}(s')$ soit, $z_{s \times s'} = \{z_1, \dots, z_{nn'}\}$.

Relations binaires entre variables ayant des indices différents

Une relation binaire $R \in \{<, >, \leq, \geq, =, \dots\}$ entre variables ayant deux indices différents dénote, de façon analogue avec ce qui précède, la relation entre les termes de chaque élément du produit cartésien des indices correspondants. La relation entre deux variables, notée dans MONA LISE $x[s] R y[s']$, sera traduite :

$$x_s R y_{s'} = \{x_i R y_j : \forall i \equiv s, \forall j \equiv s' \quad (S_i, S_j) \in s \times s'\} \quad (2.6)$$

La variable binaire donnant pour résultat la valeur de vérité (p. ex., 0 ou 1) d'une relation entre deux variables ayant des indices différents :

$$z_{s \times s'} = \begin{cases} 1 & \text{si} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad x_s R y_{s'} \quad (2.7)$$

sera l'ensemble des valeurs de vérité obtenues pour tout $x_i R y_j$.

2.2 Variables

2.2.1 Temps relatif

Transcription de Eq. 1.1 :

$$t_{12} = t - 365 \cdot \text{int} \left(\frac{t}{365} \right) \quad (2.8)$$

où $\text{int} \left(\frac{t}{365} \right)$ est la partie entière du quotient.

2.2.2 Groupe Lisier

NB : le graphe représentatif du Groupe Lisier est présenté figure 2.1 ;
 $F_{12}, Q_2, Q_{18}, Q_{25}$ sont des constantes spécifiées § 2.3.1.

Transcription de Eq. 1.2 :

$$f_{10} = f_{11} - f_{17} \quad (2.9)$$

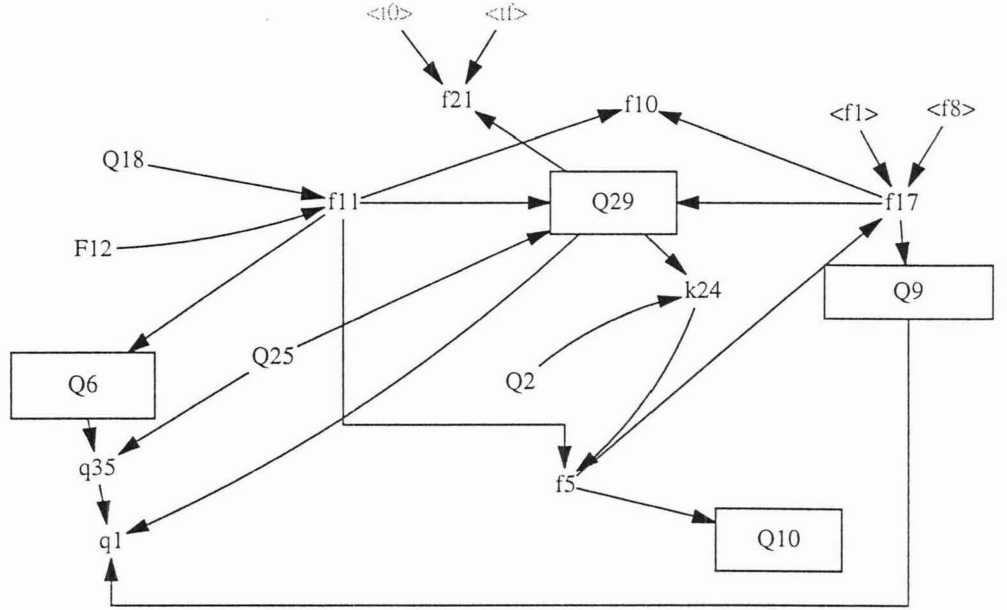


FIG. 2.1: *Ana Lise* : graphe représentatif du groupe Lisier.

Transcription de Eq. 1.3 :

$$f_{11} = F_{12}Q_{18} \quad (2.10)$$

Transcription de Eq. 1.4 :

$$f_{17} = f_{8,1} + f_1 + f_5 \quad (2.11)$$

où $f_{8,1}$ est l'élément de rang 1 de f_8 .

Transcription de Eq. 1.5 :

$$f_{21}(t) = \begin{cases} \frac{Q_{29}(t) - \overline{f_{21}}(t)}{(T_f - T_0) \cdot \overline{f_{21}}(t)} & \text{si } (T_f - T_0) \cdot \overline{f_{21}}(t) \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.12)$$

avec :

$$\overline{f_{21}}(0) = Q_{29}(0) \quad (2.13a)$$

$$\overline{f_{21}}(t) = \int_0^t f_{21}(\tau) \cdot \overline{f_{21}}(\tau) d\tau \quad (2.13b)$$

Transcription de Eq. 1.6 :

$$f_5 = \begin{cases} f_{11} & \text{si } k_{24} > 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.14)$$

Transcription de Eq. 1.7 :

$$k_{24} = \frac{Q_{29}}{Q_2} \quad (2.15)$$

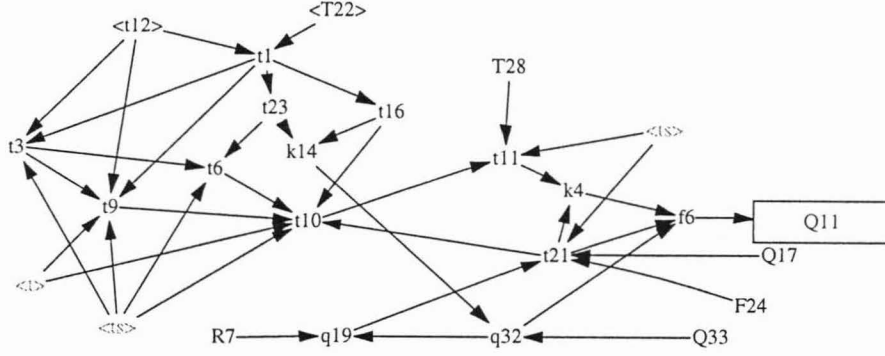


FIG. 2.2: *Ana Lise* : graphe représentatif du groupe Cultures.

Transcription de Eq. 1.8 :

$$q_1 = q_{35} - (Q_9 + Q_{29}) \quad (2.16)$$

Transcription de Eq. 1.9 :

$$\frac{dQ_{10}}{dt} = f_5(t) \quad (2.17a)$$

$$Q_{10}(0) = 0 \quad (2.17b)$$

Transcription de Eq. 1.10 :

$$\frac{dQ_{29}}{dt} = f_{11}(t) - f_{17}(t) \quad (2.18a)$$

$$Q_{29}(0) = Q_{25} \quad (2.18b)$$

Transcription de Eq. 1.11 :

$$q_{35} = Q_6 + Q_{25} \quad (2.19)$$

Transcription de Eq. 1.12 :

$$\frac{dQ_6}{dt} = f_{11}(t) \quad (2.20a)$$

$$Q_6(0) = 0 \quad (2.20b)$$

Transcription de Eq. 1.13 :

$$\frac{dQ_9}{dt} = f_{17}(t) \quad (2.21a)$$

$$Q_9(0) = 0 \quad (2.21b)$$

2.2.3 Groupe Cultures

NB : le graphe représentatif du Groupe Cultures est présenté figure 2.2 ; les constantes F_{24} , Q_{17} , Q_{33} , R_7 , T_{22} , T_{28} , ainsi que t_{16} et t_{23} , sont spécifiées § 2.3.2.

Transcription de Eq. 1.14 :

$$f_{6,c} = k_{4,c} \cdot \frac{q_{32,c}}{t_{21,c}} \quad (2.22)$$



Transcription de Eq. 1.15 :

$$k_{14,c} = \text{int} \left(\frac{t_{16,c}}{t_{23,c}} \right) \quad (2.23)$$

Transcription de Eq. 1.16 :

$$k_{4,c} = \begin{cases} 1 & \text{si } t_{11,c} \leq t \leq t_{11,c} + t_{21,c} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.24)$$

Transcription de Eq. 1.17 :

$$\frac{dQ_{11,c}}{dt} = f_{6,c}(t) \quad (2.25a)$$

$$Q_{11,c}(0) = 0 \quad (2.25b)$$

Transcription de Eq. 1.18 :

$$q_{19,c} = R_{7,c} \cdot q_{32,c} \quad (2.26)$$

Transcription de Eq. 1.19 :

$$q_{32,c} = \frac{Q_{33,c}}{k_{14,c}} \quad (2.27)$$

Transcription de Eq. 1.20 :

Etant donnés les tableaux de couples de constantes $T_{22,c}$ (Eq. 2.105), la valeur de $t_{1,c}$ sera donnée d'après les équations 2.106a, 2.106b, 2.106c, et 2.106d, comme suit :

$$t_{1,1} = \begin{cases} 28 & \text{si } 0 \leq t_{12} < 60 \\ 42 & \text{si } 60 \leq t_{12} < 152 \\ 56 & \text{si } 152 \leq t_{12} < 244 \\ 42 & \text{si } 244 \leq t_{12} < 335 \\ 28 & \text{si } 335 \leq t_{12} < 365 \end{cases} \quad (2.28a)$$

$$t_{1,2} = 215 \quad \text{si } 0 \leq t_{12} < 365 \quad (2.28b)$$

$$t_{1,3} = 181 \quad \text{si } 0 \leq t_{12} < 365 \quad (2.28c)$$

$$t_{1,4} = 10 \quad \text{si } 0 \leq t_{12} < 365 \quad (2.28d)$$

Transcription de Eq. 1.21 :

$$\frac{dt_{10,c}}{dt} = \begin{cases} 1 & \text{si } \begin{cases} t_{9,c} \leq t < t_{9,c} + t_{16,c} - t_{21,c} \\ \text{et } t_{6,c} = 0 \end{cases} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.29a)$$

$$t_{10,c}(0) = t_{9,c}(0) \quad (2.29b)$$

Transcription de Eq. 1.22 :

$$t_{11,c} = t_{10,c} + T_{28,c} \quad (2.30)$$

Transcription de Eq. 1.23 :

$$t_{21,c} = \begin{cases} \frac{q_{19,c}}{F_{24,c} \cdot Q_{17,c}} & \text{si } F_{24,c} Q_{17,c} \neq 0 \\ T_s & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.31)$$

Transcription de Eq. 1.30 :

$$f_{4,e \times c} = \frac{f_{18,e \times c}}{r_{8,e \times c}} \quad (2.38)$$

Transcription de Eq. 1.31 :

$$f_{7,e \times c} = \frac{F_{3,e \times c}}{r_{2,e \times c}} \quad (2.39)$$

Transcription de Eq. 1.32 :

$$f_{8,e} = \sum_c f_{4e \times c} \quad (2.40)$$

Transcription de Eq. 1.33 :

$$k_{10,e} = \begin{cases} 0 & \text{si } q_{31,e} < q_{21,e} \\ 1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.41)$$

Transcription de Eq. 1.34 :

$$k_{11,e \times c} = \begin{cases} 1 & \text{si } q_{31,e} > q_{22,e \times c} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.42)$$

Transcription de Eq. 1.35 :

$$k_{13} = \text{card}(e \times c) \quad (2.43)$$

Transcription de Eq. 1.36 :

$$k_{15,c} = \{1, \dots, m\} \quad \text{t.q. } m = \text{card}(c) \quad (2.44)$$

Transcription de Eq. 1.37 :

$$k_{16,e} = \{1, \dots, m'\} \quad \text{t.q. } m' = \text{card}(e) \quad (2.45)$$

Transcription de Eq. 1.38 :

$$k_{21,e \times c} = K_{19,c} \cdot K_{20,e} \quad (2.46)$$

Transcription de Eq. 1.39 :

$$k_{3,e \times c} = \begin{cases} 1 & \text{si } k_{7,e \times c} \neq 0, \text{ et } K_{9,e \times c} = 0, \text{ et } k_{10,e} \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.47)$$

Transcription de Eq. 1.40 :

$$k_{6,e \times c} = \begin{cases} k_{3,e \times c} & \text{si } k_{24} \geq K_{23,c} \text{ et } K_{26,c} \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.48)$$

Transcription de Eq. 1.41 :

$$k_{7,e \times c}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t_{5,e \times c} \leq t \leq t_{5,e \times c} + t_{17,e \times c} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.49)$$

Transcription de Eq. 1.42 :

$$K_{9,e \times c}(0) = k_{7,e \times c}(0) \quad (2.50a)$$

$$K_{9,e \times c}(t) = k_{7,e \times c}(t - t_{17,e \times c}) \quad (2.50b)$$

Transcription de Eq. 1.43 :

$$\frac{dQ_{12,e \times c}}{dt} = f_{7,e \times c}(t) \quad (2.51a)$$

$$Q_{12,e \times c}(0) = 0 \quad (2.51b)$$

Transcription de Eq. 1.44 :

$$\frac{dQ_{14,e}}{dt} = f_{8,e}(t) \quad (2.52a)$$

$$Q_{14,e}(0) = 0 \quad (2.52b)$$

Transcription de Eq. 1.45 :

$$q_{20,e \times c} = r_{2,e \times c} q_{34,c} \quad (2.53)$$

Transcription de Eq. 1.46 :

$$q_{21,e} = Q_{3,e} K_5 \quad (2.54)$$

Transcription de Eq. 1.47 :

$$q_{22,e \times c} = T_{19,c} f_{25,e \times c} \quad (2.55)$$

Transcription de Eq. 1.48 :

$$\frac{dQ_{30,c}}{dt} = f_{6,c}(t) - \sum_e f_{7,e \times c}(t) \quad (2.56a)$$

$$Q_{30,c}(0) = 0 \quad (2.56b)$$

Transcription de Eq. 1.49a et 1.49b :

$$q_{31,1} = Q_{29} \quad (2.57a)$$

$$q_{31,2} = Q_{23} \quad (2.57b)$$

Transcription de Eq. 1.50 :

$$q_{34,c} = \begin{cases} \min(Q_{30,c}, Q_{33,c}) & si \\ 0 & sinon \end{cases} \quad Q_{30,c} \geq 0 \quad (2.58)$$

Transcription de Eq. 1.51 :

$$\frac{dQ_{7,e \times c}}{dt} = f_{4,e \times c}(t) \quad (2.59a)$$

$$Q_{7,e \times c}(0) = 0 \quad (2.59b)$$

Transcription de Eq. 1.52 :

$$q_{8,e \times c} = Q_{7,e \times c} \cdot r_{5,e} \quad (2.60)$$

Transcription de Eq. 1.53 :

$$r_{2,e \times c} = \frac{R_{1,c}}{r_{5,e}} \quad (2.61)$$

Transcription de Eq. 1.54 :

$$t_{17,e \times c} = \frac{q_{20,e \times c}}{f_{25,e \times c}} \quad (2.62)$$

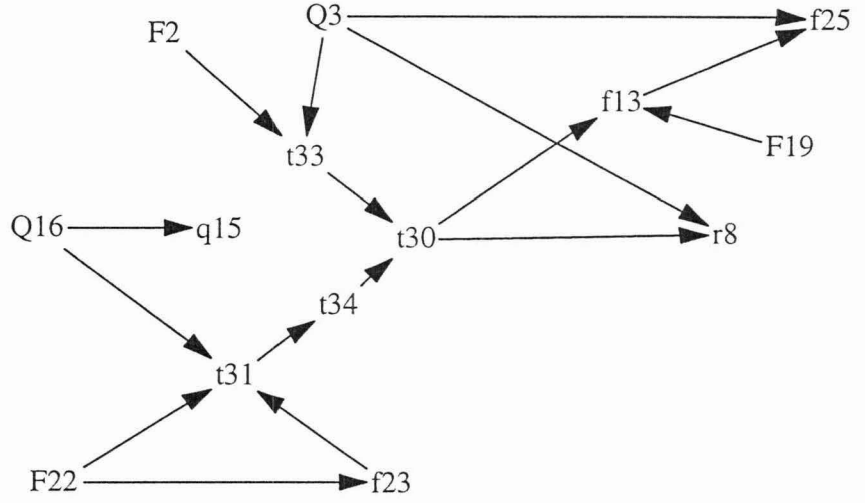


FIG. 2.4: *Ana Lise* : graphe représentatif du groupe Transport.

Transcription de Eq. 1.55 :

$$\frac{dT_{32,exc}}{dt} = f_{18,exc}(t) \quad (2.63a)$$

$$T_{32,exc}(0) = 0 \quad (2.63b)$$

Transcription de Eq. 1.56 :

$$t_{35,e} = \sum_c T_{32,exc} \quad (2.64)$$

Transcription de Eq. 1.57 :

$$\frac{dt_{5,exc}}{dt} = \begin{cases} 1 & \text{si} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \begin{cases} t_{8,c} \leq t < t_{8,c} + t_{14,c} + T_s \\ \text{et } K_{9,exc} = 0 \\ \text{et } t_{17,exc} \geq T_{19,c} \\ \text{et } k_{11,exc} \neq 0 \\ \text{et } k_{27,e} \neq 0 \end{cases} \quad (2.65a)$$

$$t_{5,exc}(0) = t_{8,c}(0) \quad (2.65b)$$

Transcription de Eq. 1.58 :

$$t_{8,c} = t_{11,c} + t_{21,c} + T_{24,c} \quad (2.66)$$

2.2.5 Groupe Transport

NB : Les constantes $F_2, F_{19}, F_{22}, Q_3, Q_{16}$ sont spécifiées § 2.3.4.
Transcription de Eq. 1.59 :

$$f_{13,exc} = \frac{F_{19}}{t_{30,exc}} \quad (2.67)$$

Transcription de Eq. 1.60 :

$$f_{25,e \times c} = f_{13,e \times c} \cdot Q_{3,e} \quad (2.68)$$

Transcription de Eq. 1.61 :

$$q_{15,c} = \sum_v Q_{16,v \times c} \quad (2.69)$$

Transcription de Eq. 1.62 :

$$r_{8,e \times c} = \frac{t_{30,e \times c}}{Q_{3,e}} \quad (2.70)$$

Transcription de Eq. 1.63 :

$$t_{30,e \times c} = t_{33,e} + t_{34,c} \quad (2.71)$$

Transcription de Eq. 1.124 :

$$f_{23,v} = 1.66 F_{22,v} \quad (2.72)$$

Transcription de Eq. 1.64 :

$$t_{31,v \times c} = Q_{16,v \times c} \cdot \left(\frac{1}{F_{22,v}} + \frac{1}{f_{23,v}} \right) \quad (2.73)$$

Transcription de Eq. 1.65 :

$$t_{33,e} = 2 \frac{Q_{3,e}}{F_2} \quad (2.74)$$

Transcription de Eq. 1.66 :

$$t_{34,c} = \sum_v t_{31,v \times c} \quad (2.75)$$

2.2.6 Groupe Compostage

NB : Les constantes $K_{17}, K_{18}, K_{22}, Q_{26}, Q_{27}, Q_{28}, R_3, R_4, R_6, T_7, T_{13}, T_{18}, T_{20}, T_{26}$ et T_{29} sont spécifiées § 2.3.5.

Transcription de Eq. 1.67 :

$$f_1 = f_{27,2} \quad (2.76)$$

Transcription de Eq. 1.68 :

$$f_{14} = f_{8,2} \quad (2.77)$$

Transcription de Eq. 1.69 :

$$F_{15}(0) = 0 \quad (2.78a)$$

$$F_{15}(t) = k_2 (t - [t_{27} + T_{18}]) \cdot \frac{Q_{38} (t - [t_{27} + T_{18}])}{t_{27}} \quad (2.78b)$$

Transcription de Eq. 1.70 :

$$F_{16}(0) = 0 \quad (2.79a)$$

$$F_{16}(t) = F_{15}(t - T_{20}) \cdot [1 - K_{18}(t - T_{20})] \quad (2.79b)$$

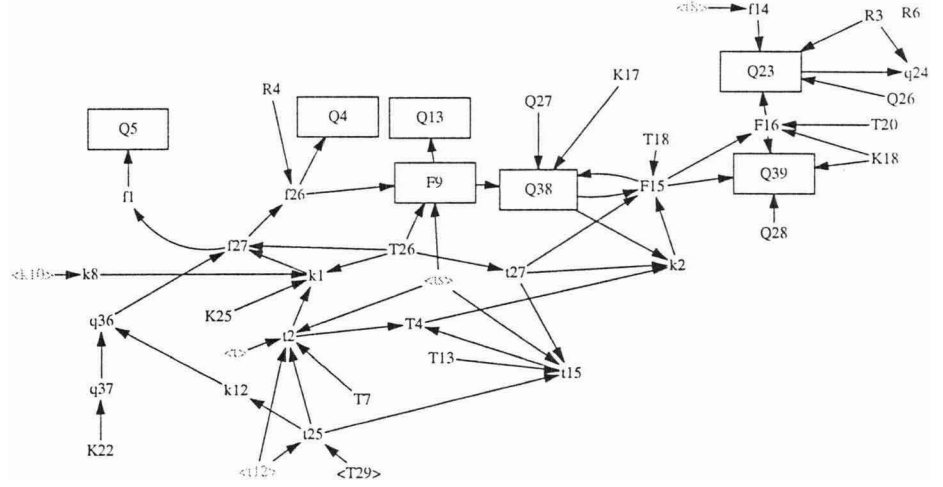


FIG. 2.5: *Ana Lise* : graphe représentatif du groupe Compostage.

Transcription de Eq. 1.71 :

$$f_{26,m} = f_{27,m} \cdot R_{4,m} \quad (2.80)$$

Transcription de Eq. 1.72 :

$$f_{27,m} = k_{1,m} \cdot \frac{q_{36,m}}{T_{26,m}} \quad (2.81)$$

Transcription de Eq. 1.73 :

$$F_9(0) = 0 \quad (2.82a)$$

$$F_9(t) = \sum_m f_{26,m}(t - T_{26,1}) \quad (2.82b)$$

Transcription de Eq. 1.74 :

$$k_{1,m} = \begin{cases} 1 & \text{si} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \begin{cases} t_{2,m} \leq t \leq t_{2,m} + T_{26,m} \\ \text{et } K_{25,m} \neq 0, \\ \text{et } \prod_m k_{8,m} \neq 0 \end{cases} \quad (2.83)$$

Transcription de Eq. 1.75 :

$$k_{12,m} = \frac{t_{25,1}}{t_{25,m}} \quad (2.84)$$

Transcription de Eq. 1.76 :

$$k_2 = \begin{cases} 1 & \text{si} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \begin{cases} T_4 \leq t \leq T_4 + t_{27} \\ \text{et } Q_{38} > 0 \end{cases} \quad (2.85)$$

Transcription de Eq. 1.77 :

$$k_{8,1} = 1 \quad (2.86a)$$

$$k_{8,2} = k_{10,1} \quad (2.86b)$$

Transcription de Eq. 1.78 :

$$\frac{dQ_{13}}{dt} = F_9(t) \quad (2.87a)$$

$$Q_{13}(0) = 0 \quad (2.87b)$$

Transcription de Eq. 1.79 :

$$\frac{dQ_{23}}{dt} = \frac{F_{16}(t)}{R_3(t)} - f_{14}(t) \quad (2.88a)$$

$$Q_{23}(0) = \frac{Q_{26}(0)}{R_3(0)} \quad (2.88b)$$

Transcription de Eq. 1.80 :

$$q_{24} = Q_{23}R_3 \quad (2.89)$$

Transcription de Eq. 1.81 :

$$q_{36,m} = \frac{q_{37,m}}{k_{12,m}} \quad (2.90)$$

Transcription de Eq. 1.82a et 1.82b :

$$q_{37,1} = Q_{371} \quad (2.91a)$$

$$q_{37,2} = K_{22}Q_{371} \quad (2.91b)$$

Transcription de Eq. 1.83 :

$$\frac{dQ_{38}}{dt} = F_9(t) [1 - K_{17}(t)] - F_{15}(t) \quad (2.92a)$$

$$Q_{38}(0) = Q_{27}(0) \quad (2.92b)$$

Transcription de Eq. 1.84 :

$$\frac{dQ_{39}}{dt} = F_{15}(t) [1 - K_{18}(t)] - F_{16}(t) \quad (2.93a)$$

$$Q_{39}(0) = Q_{28}(0) \quad (2.93b)$$

Transcription de Eq. 1.85 :

$$\frac{dQ_{4,m}}{dt} = f_{26,m} \quad (2.94a)$$

$$Q_{4,m}(0) = 0 \quad (2.94b)$$

Transcription de Eq. 1.86 :

$$\frac{dQ_5}{dt} = f_1 \quad (2.95a)$$

$$Q_5(0) = 0 \quad (2.95b)$$

Transcription de Eq. 1.87 :

$$t_{15} = t_{25,1} - t_{27} - T_{13} \quad (2.96)$$

Transcription de Eq. 1.88 :

$$\frac{dt_{2,m}}{dt} = \begin{cases} 1 & \text{si } P = 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.97a)$$

$$t_{2,m}(0) = T_7(0) \quad (2.97b)$$

avec P , la proposition logique (à valeurs de vérité dans $\{0,1\}$) :

$$P = \begin{cases} t_{12} \geq T_7 \\ \text{et} \left[(T_7 + t_{25,m}) - t_{25,m} \cdot \text{int} \left(\frac{T_7 + t_{25,m}}{t_{25,m}} \right) \right] = \left[t_{12} - t_{25,m} \cdot \text{int} \left(\frac{t_{12}}{t_{25,m}} \right) \right] \end{cases}$$

Transcription de Eq. 1.89 :

Etant donnés les tableaux de couples de constantes $T_{29,m}$ (Eq. 1.128a et 1.128b), la valeur de $t_{25,m}$ sera donnée d'après les équations 2.130a et 2.130b, comme suit :

$$t_{25,1} = 42 \quad \text{si } 0 \leq t_{12} < 365 \quad (2.98a)$$

$$t_{25,2} = 7 \quad \text{si } 0 \leq t_{12} < 365 \quad (2.98b)$$

Transcription de Eq. 1.90 :

$$t_{27} = T_{26,1} \quad (2.99)$$

Transcription de Eq. 1.91 :

$$T_4(0) = t_{15} \quad (2.100a)$$

$$T_4(t) = t_{2,1}(t - t_{15}) + t_{15} \quad (2.100b)$$

2.3 Constantes

Les constantes définies dans le groupe Control (*cf.* § 1.3.1), spécifiques à la simulation (temps initial, horizon, pas de temps, etc.) ne sont pas redéfinies ici. Pour les autres, on donnera les valeurs utilisées dans le scénario de base avec, dans certains cas, le domaine de valeurs possibles (ou souhaitées) pour ces constantes.

2.3.1 Groupe Lisier

Transcription de Eq. 1.96 ($0.04 \leq F_{12} \leq 0.08$) :

$$F_{12} = 0.06 \quad (2.101)$$

Transcription de Eq. 1.97 :

$$Q_{18} = 45 \quad (2.102)$$

Transcription de Eq. 1.98 (valeur nominale = 7 à 8 fois la valeur de Q_{18}) :

$$Q_2 = 350 \quad (2.103)$$

Transcription de Eq. 1.99 ($0 \leq Q_{25} \leq Q_2$) :

$$Q_{25} = 50 \quad (2.104)$$

2.3.2 Groupe Cultures

Transcription de Eq. 1.101a à 1.101d :

$$T_{22,c} = (T_{22,1}, T_{22,2}, T_{22,3}, T_{22,4}) \quad (2.105)$$

avec :

$$T_{22,1} = \{(0, 28), (60, 42), (152, 56), (244, 42), (335, 28)\} \quad (2.106a)$$

$$T_{22,2} = \{(0, 215)\} \quad (2.106b)$$

$$T_{22,3} = \{(0, 181)\} \quad (2.106c)$$

$$T_{22,4} = \{(0, 10)\} \quad (2.106d)$$

Transcription de Eq. 1.102 (par défaut = $t_{1,c}$, sinon une durée) :

$$t_{16,c} = t_{1,c} \quad (2.107)$$

Transcription de Eq. 1.103 (par défaut = $t_{1,c}$, sinon une durée) :

$$t_{23,c} = t_{1,c} \quad (2.108)$$

Transcription de Eq. 1.104a à 1.104d ($30 \leq F_{24,1} \leq 70$, $4 \leq F_{24,2} \leq 6$, $0.45 \leq F_{24,3} \leq 0.55$) :

$$F_{24,c} = \{40, 5, 0.5, 0\} \quad (2.109)$$

Transcription de Eq. 1.105a à 1.105d :

$$Q_{33,c} = \{3, 5, 1, 1\} \quad (2.110)$$

Transcription de Eq. 1.106a à 1.106d ($15 \leq R_{7,1} \leq 25$, $60 \leq R_{7,2} \leq 100$, $12 \leq R_{7,3} \leq 17$) :

$$R_{7,c} = \{20, 80, 15, 0\} \quad (2.111)$$

Transcription de Eq. 1.107a à 1.107d :

$$Q_{17,c} = \{1, 2, 2, 0\} \quad (2.112)$$

Transcription de Eq. 1.107a à 1.107d :

$$T_{28,c} = 0 \quad (2.113)$$

2.3.3 Groupe Epandage

Transcription de Eq. 1.110a à 1.110d :

$$K_{19,c} = \{2, 3, 1, 0\} \quad (2.114)$$

Transcription de Eq. 1.111a et 1.111b :

$$K_{20,e} = \{10, 1\} \quad (2.115)$$

Transcription de Eq. 1.112a à 1.112d (seuil entre 0 et 1) :

$$K_{23,c} = \{0, 0, 0, 0.9\} \quad (2.116)$$

Transcription de Eq. 1.113 :

$$K_{28} = 1 \quad (2.117)$$

Transcription de Eq. 1.114 (entre 0 et 1) :

$$K_5 = 1 \quad (2.118)$$

Transcription de Eq. 1.115a à 1.115d ($40 \leq R_{1,1} \leq 80$, $150 \leq R_{1,2} \leq 250$, $80 \leq R_{1,3} \leq 120$) :

$$R_{1,c} = \{60, 200, 100, 200\} \quad (2.119)$$

Transcription de Eq. 1.116a à 1.116d :

$$t_{14,c} = \{15, 45, 30, T_f - t\} \quad (2.120)$$

Transcription de Eq. 1.117a et 1.117b ($3 \leq r_{5,1} \leq 5$) :

$$r_{5,e} = \{4.5, R_6 R_3\} \quad (2.121)$$

Transcription de Eq. 1.118a à 1.118d :

$$T_{19,c} = \{0.1, 0.1, 0.1, 0.1\} \quad (2.122)$$

Transcription de Eq. 1.119a à 1.119d :

$$T_{24,c} = \{1, 1, 1, 0\} \quad (2.123)$$

2.3.4 Groupe Transport

Transcription de Eq. 1.121 ($1 \leq F_{19} \leq 10$) :

$$F_{19} = 10 \quad (2.124)$$

Transcription de Eq. 1.121 ($40 \leq F_2 \leq 60$) :

$$F_2 = 50 \quad (2.125)$$

Transcription de Eq. 1.123a à 1.123c :

$$F_{22,v} = \{5, 10, 15\} \quad (2.126)$$

Transcription de Eq. 1.125a à 1.125l :

$$Q_{16,v \times c} = \{0.3, 0.5, 0.75, 0.5, 0.4, 1, 0.5, 1.5, 1, 2, 0, 1\} \quad (2.127)$$

Transcription de Eq. 1.126a à 1.126b :

$$Q_{3,e} = \{5, 20\} \quad (2.128)$$

2.3.5 Groupe compostage

Transcription de Eq. 1.128a et 1.128b :

$$T_{29,m} = (T_{29,1}, T_{29,2}) \quad (2.129)$$

avec :

$$T_{29,1} = \{(0, 42)\} \quad (2.130a)$$

$$T_{29,2} = \{(0, 7)\} \quad (2.130b)$$

Transcription de Eq. 1.129 ($0.5 \leq K_{17} \leq 0.85$) :

$$K_{17} = 0.78 \quad (2.131)$$

Transcription de Eq. 1.130 :

$$K_{18} = 0.053 \quad (2.132)$$

Constante nouvellement créée :

$$Q_{371} = 33 \quad (2.133)$$

Transcription de Eq. 1.131 ($1 \leq K_{22} \leq 1.5$) :

$$K_{22} = 1.4 \quad (2.134)$$

Transcription de Eq. 1.132 :

$$Q_{26} = 0 \quad (2.135)$$

Transcription de Eq. 1.133 :

$$Q_{27} = 0 \quad (2.136)$$

Transcription de Eq. 1.134

$$Q_{28} = 0 \quad (2.137)$$

Transcription de Eq. 1.135 ($0.5 \leq R_3 \leq 0.7$) :

$$R_3 = 0.6 \quad (2.138)$$

Transcription de Eq. 1.136a et 1.136b ($0.2 \leq R_{4,1} \leq 0.5$, $1 \leq R_{4,2} \leq 1.03$) :

$$R_{4,m} = \{0.4, 1.03\} \quad (2.139)$$

Transcription de Eq. 1.137 :

$$R_6 = 4.8 \quad (2.140)$$

Transcription de Eq. 1.138 :

$$T_{13} = 1 \quad (2.141)$$

Transcription de Eq. 1.139 (valeur nominale entre 20 et 30) :

$$T_{18} = 0 \quad (2.142)$$

Transcription de Eq. 1.140 (valeur nominale entre 60 et 90) :

$$T_{20} = 30 \quad (2.143)$$

Transcription de Eq. 1.141 :

$$T_{26,m} = \{1, 1\} \quad (2.144)$$

Transcription de Eq. 1.142 :

$$T_7 = 15 \quad (2.145)$$

2.3.6 Groupe Switch

Toutes les constantes du groupe Switch : $K_{25,m}$ (eq. 1.143), $K_{26,c}$ (eq. 1.144), $K_{27,e}$ (1.145) sont des constantes binaires prenant pour valeur 0 ou 1, toutes fixées ici à 1. Le choix d'autres valeurs permet de spécifier différentes stratégies de gestion (*cf.* tableau 1.1).

Chapitre 3

Ana Light : simplification de Ana Lise

ANA LIGHT est le modèle obtenu après :

- simplification du modèle intermédiaire ANA LISE par suppression de variables accessoires et par substitution de variables (section 3.1) ;
- renommage des variables en utilisant les conventions de l'automatique (section 3.2).

Le modèle final ANA LIGHT correspond donc à l'ensemble des équations contenues section 3.2. La correspondance entre variables de ANA LIGHT avec celles de ANA LISE et de MONA LISE est donnée en annexe A.

3.1 Simplification

3.1.1 Temps relatif

L'Eq. 2.8 est conservée :

$$t_{12} = t - 365 \cdot \text{int} \left(\frac{t}{365} \right) \quad (3.1)$$

3.1.2 Groupe Lisier

Suppression de variables accessoires

Il s'agit des variables : q_1 (Eq. 2.16), Q_6 (Eq. 2.20a et 2.20b), Q_9 (Eq. 2.21a et 2.21b), Q_{10} (Eq. 2.17a et 2.17b), q_{35} (Eq. 2.19), f_{10} (Eq. 2.9), f_{21} (Eq. 2.12).

Simplification

On substitue f_{11} (Eq. 2.10) et k_{24} (Eq. 2.15) par leur expression dans f_5 (Eq. 2.14) :

$$f_5 = \begin{cases} F_{12}Q_{18} & \text{si } \frac{Q_{29}}{Q_2} > 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.2)$$

On substitue f_{11} (Eq. 2.10), f_{17} (Eq. 2.11), f_1 (Eq. 2.76), et f_8 (Eq. 2.40) par leur expression dans Q_{29} (Eq. 2.18a) :

$$\frac{dQ_{29}}{dt} = F_{12}Q_{18} - \left[\sum_c f_{4,(1,c)}(t) + f_{27,2}(t) + f_5(t) \right] \quad (3.3a)$$

$$Q_{29}(0) = Q_{25} \quad (3.3b)$$

3.1.3 Groupe Cultures

Suppression de variable accessoire

Il s'agit de Q_{11} (Eq. 2.25a et 2.25b).

Simplification

On substitue successivement q_{19} (Eq. 2.26), q_{32} (Eq. 2.27), et k_{14} (Eq. 2.23) par leur expression dans t_{21} (Eq. 2.31) :

$$t_{21,c} = \begin{cases} \frac{R_{7,c} \cdot Q_{33,c}}{F_{24,c} \cdot Q_{17,c} \cdot \text{int}\left(\frac{t_{16,c}}{t_{23,c}}\right)} & \text{si } F_{24,c} \cdot Q_{17,c} \neq 0 \\ T_s & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.4)$$

On substitue successivement t_6 (Eq. 2.33) et t_3 (Eq. 2.32) par leur expression dans t_{10} (Eq. 2.29a) :

$$\frac{dt_{10,c}}{dt} = \begin{cases} 1 & \text{si } \begin{cases} t_{9,c} \leq t < t_{9,c} + t_{16,c} - t_{21,c} \\ \text{et } \left[t_{12} - t_{1,c} \cdot \text{int}\left(\frac{t_{12}}{t_{1,c}}\right) \right] \\ - t_{23,c} \cdot \text{int}\left(\frac{[t_{12} - t_{1,c} \cdot \text{int}\left(\frac{t_{12}}{t_{1,c}}\right)]}{t_{23,c}}\right) = 0 \end{cases} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.5a)$$

$$t_{10,c}(0) = t_{9,c}(0) \quad (3.5b)$$

On substitue successivement q_{32} (Eq. 2.27), k_{14} (Eq. 2.23), k_4 (Eq. 2.24) et t_{11} (Eq. 2.30), par leur expression dans f_6 (Eq. 2.22) :

$$f_{6,c} = \begin{cases} \frac{Q_{33,c}}{t_{21,c} \cdot \text{int}\left(\frac{t_{16,c}}{t_{23,c}}\right)} & \text{si } t_{10,c} + T_{28,c} \leq t \leq t_{10,c} + T_{28,c} + t_{21,c} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.6)$$

On substitue t_3 (Eq. 2.32) par son expression dans t_9 (Eq. 2.34a) :

$$\frac{dt_{9,c}}{dt} = \begin{cases} 1 & \text{si } t_{12} \neq 0 \text{ et } t_{12} - t_{1,c} \cdot \text{int}\left(\frac{t_{12}}{t_{1,c}}\right) = 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.7a)$$

$$t_{9,c}(0) = t_{1,c} \quad (3.7b)$$

avec $t_{1,c}$ déterminé respectivement selon les Eq. 2.28a à 2.28d comme suit :

$$t_{1,1} = \begin{cases} 28 & \text{si } 0 \leq t_{12} < 60 \\ 42 & \text{si } 60 \leq t_{12} < 152 \\ 56 & \text{si } 152 \leq t_{12} < 244 \\ 42 & \text{si } 244 \leq t_{12} < 335 \\ 28 & \text{si } 335 \leq t_{12} < 365 \end{cases} \quad (3.8a)$$

$$t_{1,2} = 215 \quad \text{si } 0 \leq t_{12} < 365 \quad (3.8b)$$

$$t_{1,3} = 181 \quad \text{si } 0 \leq t_{12} < 365 \quad (3.8c)$$

$$t_{1,4} = 10 \quad \text{si } 0 \leq t_{12} < 365 \quad (3.8d)$$

3.1.4 Groupe Epan dage

Suppression de variables accessoires

Il s'agit des variables terminales : Q_7 (Eq. 2.59a et 2.59b), q_8 (Eq. 2.60), Q_{12} (Eq. 2.51a et 2.51b), Q_{14} (Eq. 2.52a et 2.52b), T_{32} (Eq. 2.63a et 2.63b) et t_{35} (Eq. 2.64).

De plus, les variables suivantes, nécessaires dans le simulateur VENSIM, ne participent pas au modèle mathématique : k_{13} (Eq. 2.43), k_{15} (Eq. 2.44), k_{16} (Eq. 2.45).

Simplification

On substitue t_{11} (Eq. 2.30) et t_{21} (Eq. 2.31) par leur expression dans t_8 (Eq. 2.66) :

$$t_{8,c} = \begin{cases} t_{10,c} + T_{28,c} + \frac{R_{7,c} \cdot Q_{33,c}}{F_{24,c} \cdot Q_{17,c} \cdot \text{int}\left(\frac{t_{16,c}}{t_{23,c}}\right)} + T_{24,c} & \text{si } F_{24,c} \cdot Q_{17,c} \neq 0 \\ t_{10,c} + T_{28,c} + T_s + T_{24,c} & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.9)$$

On substitue r_2 (Eq. 2.61) par son expression dans q_{20} (Eq. 2.53), puis q_{20} dans t_{17} (Eq. 2.62) et enfin, l'expression obtenue dans :

- F_3 (Eq. 2.37a et 2.37b),
- K_9 (Eq. 2.50a et 2.50b), elle-même déjà substituée par k_7 (Eq. 2.49),
- t_5 (Eq. 2.65a et 2.65b), également substituée par k_{11} (Eq. 2.42) et q_{22} (Eq. 2.55)
- et f_{20} (Eq. 2.36), équation dans laquelle on aura au préalable substitué k_6 (Eq. 2.48), elle-même substituée par k_{24} (Eq. 2.15), k_3 (Eq. 2.47), k_7 (Eq. 2.49), k_{10} (Eq. 2.41), et q_{21} (Eq. 2.54).

On obtient :

$$F_{3,e \times c}(0) = f_{4,e \times c}(0) \quad (3.10a)$$

$$F_{3,e \times c}(t) = f_{4,e \times c} \left(t - \frac{R_{1,c}}{r_{5,e}} \cdot \frac{q_{34,c}}{f_{25,e \times c}} \right) \quad (3.10b)$$

$$K_{9,e \times c}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t_{5,e \times c} + \frac{R_{1,c}}{r_{5,e}} \cdot \frac{q_{34,c}}{f_{25,e \times c}} \leq t \leq t_{5,e \times c} + 2 \frac{R_{1,c}}{r_{5,e}} \cdot \frac{q_{34,c}}{f_{25,e \times c}} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.11)$$

$$\frac{dt_{5,e \times c}}{dt} = \begin{cases} 1 & \text{si } \begin{cases} t_{8,c} \leq t < t_{8,c} + t_{14,c} + T_s \\ \text{et } K_{9,e \times c} = 0 \\ \text{et } \frac{R_{1,c}}{r_{5,e}} \cdot \frac{q_{34,c}}{f_{25,e \times c}} \geq T_{19,c} \\ \text{et } q_{31,e} > T_{19,c} \cdot f_{25,e \times c} \\ \text{et } k_{27,e} \neq 0 \end{cases} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.12a)$$

$$t_{5,e \times c}(0) = t_{8,c}(0) \quad (3.12b)$$

$$f_{20,e \times c} = \begin{cases} F_{19} & \text{si } \begin{cases} K_{26,c} \neq 0 \\ \text{et } q_{31,e} \geq Q_{3,e} K_5 \\ \text{et } t_{5,e \times c} \leq t \leq t_{5,e \times c} + \frac{R_{1,c}}{r_{5,e}} \cdot \frac{q_{34,c}}{f_{25,e \times c}} \\ \text{et } K_{9,e \times c} = 0 \\ \text{et } \frac{Q_{29}}{Q_2} \geq K_{23,c} \end{cases} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.13)$$

avec :

$$q_{31,e} = \{Q_{29}, Q_{23}\} \quad (3.14)$$

et (cf. Eq. 2.58) :

$$q_{34,c} = \begin{cases} \min(Q_{30,c}, Q_{33,c}) & \text{si } Q_{30,c} \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.15)$$

On substitue r_2 (Eq. 2.61) par son expression dans f_7 (Eq. 2.39), puis f_7 dans q_{30} (Eq. 2.56a et 2.56b) :

$$\frac{dQ_{30,c}}{dt} = f_{6,c}(t) - \sum_e \frac{F_{3,e \times c}(t)}{R_{1,c}(t)} r_{5,e}(t) \quad (3.16a)$$

$$Q_{30,c}(0) = 0 \quad (3.16b)$$

On substitue f_{18} (Eq. 2.35), k_{21} (Eq. 2.46) et $r_{8,e \times c} = \frac{F_{19}}{f_{25,e \times c}}$ (d'après Eq. 2.70) par leur expression dans f_4 (Eq. 2.38) :

$$f_{4,e \times c} = F_A(f_{20,e \times c}, K_{19,c} \cdot K_{20,e}, K_{28}, F_{19}) \cdot \frac{Q_{3,e}}{2 \frac{Q_{3,e}}{F_2} + 1.6 \sum_v \frac{Q_{16,v \times c}}{F_{22,v}}} \quad (3.17)$$

3.1.5 Groupe Transport

Suppression de variable accessoire

Il s'agit de q_{15} (Eq. 2.69).

Simplification

On substitue f_{13} (Eq. 2.67), t_{30} (Eq. 2.71), t_{33} (Eq. 2.74), t_{34} (Eq. 2.75), et t_{31} (Eq. 2.73) par leur expression dans f_{25} (Eq. 2.68).

On obtient : $f_{25,e \times c} = \frac{F_{19}}{2 \frac{Q_{3,e}}{F_2} + \sum_v t_{31,v \times c}} \cdot Q_{3,e}$. Puis, l'on substitue f_{23} (Eq. 2.72) dans

t_{31} (Eq. 2.73) et l'on simplifie l'expression : $t_{31,v \times c} = 1.6 \frac{Q_{16,v \times c}}{F_{22,v}}$, que l'on remplace dans l'expression précédente donnant f_{25} :

$$f_{25,e \times c} = \frac{F_{19}}{2 \frac{Q_{3,e}}{F_2} + 1.6 \sum_v \frac{Q_{16,v \times c}}{F_{22,v}}} \cdot Q_{3,e} \quad (3.18)$$

3.1.6 Groupe Compostage

Suppression de variables accessoires

Il s'agit de : Q_4 (Eq. 2.94a et 2.94b), Q_5 (Eq. 2.95a et 2.95b), Q_{13} (Eq. 2.87a et 2.87b), Q_{39} (Eq. 2.93a et 2.93b) et q_{24} (Eq. 2.89).

Simplification

On substitue k_2 (Eq. 2.85) et t_{27} (Eq. 2.99) par leur expression dans F_{15} (Eq. 2.78b) :

$$F_{15}(0) = 0 \quad (3.19a)$$

$$F_{15}(t) = \begin{cases} \frac{Q_{38}(t - [T_{26,1} + T_{18}])}{T_{26,1}} & \text{si } \begin{cases} T_4 + T_{26,1} + T_{18} \leq t \leq T_4 + 2T_{26,1} + T_{18} \\ \text{et } Q_{38}(t) > 0 \end{cases} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.19b)$$

On substitue t_{15} (Eq. 2.96) et t_{27} (Eq. 2.99) par leur expression dans T_4 (Eq. 2.100a et 2.100b) :

$$T_4(0) = t_{25,1} - T_{26,1} - T_{13} \quad (3.20a)$$

$$T_4(t) = t_{2,1}(t - [t_{25,1} - T_{26,1} - T_{13}]) + t_{25,1} - T_{26,1} - T_{13} \quad (3.20b)$$

avec $t_{25,m} = \{42, 7\}$ (cf. Eq. 2.98a et 2.98b).

On substitue f_8 (Eq. 2.40) par son expression dans f_{14} (Eq. 2.77) et f_{14} dans Q_{23} (Eq. 2.88a et 2.88b) :

$$\frac{dQ_{23}}{dt} = \frac{F_{16}(t)}{R_3(t)} - \sum_c f_{4,(2,c)}(t) \quad (3.21a)$$

$$Q_{23}(0) = \frac{Q_{26}(0)}{R_3(0)} \quad (3.21b)$$

On substitue k_{10} (Eq. 2.41) et q_{21} (Eq. 2.54) par leur expression dans k_8 (Eq. 2.86a et 2.86b) :

$$k_{8,1} = 1 \quad (3.22a)$$

$$k_{8,2} = \begin{cases} 0 & \text{si } q_{31,1} < Q_{3,1}K_5 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.22b)$$

On substitue k_{12} (Eq. 2.84) dans q_{36} (Eq. 2.90), puis q_{36} et k_1 (Eq. 2.83) dans f_{27} (Eq. 2.81) :

$$f_{27,m} = \begin{cases} \frac{q_{37,m} \cdot t_{25,m}}{t_{25,1} \cdot T_{26,m}} & \text{si } \begin{cases} t_{2,m} \leq t \leq t_{2,m} + T_{26,m} \\ \text{et } K_{25,m} \neq 0, \\ \text{et } \prod_m k_{8,m} \neq 0 \end{cases} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.23)$$

avec $t_{25,m} = \{42, 7\}$ (cf. Eq. 2.98a et 2.98b).

On substitue f_{26} (Eq. 2.80) dans F_9 (Eq. 2.82b) :

$$F_9(0) = 0 \quad (3.24a)$$

$$F_9(t) = R_{4,m} \sum_m f_{27,m}(t - T_{26,1}) \quad (3.24b)$$

Les équations suivantes sont conservées :

Eq. 2.79a et 2.79b :

$$F_{16}(0) = 0 \quad (3.25a)$$

$$F_{16}(t) = F_{15}(t - T_{20}) \cdot [1 - K_{18}(t - T_{20})] \quad (3.25b)$$

Eq. 2.91a et 2.91b :

$$q_{37,1} = Q_{371} \quad (3.26a)$$

$$q_{37,2} = K_{22}Q_{371} \quad (3.26b)$$

avec une nouvelle constante : $Q_{371} = 33$.

Eq. 2.92a et 2.92b :

$$\frac{dQ_{38}}{dt} = F_9(t) [1 - K_{17}(t)] - F_{15}(t) \quad (3.27a)$$

$$Q_{38}(0) = Q_{27}(0) \quad (3.27b)$$

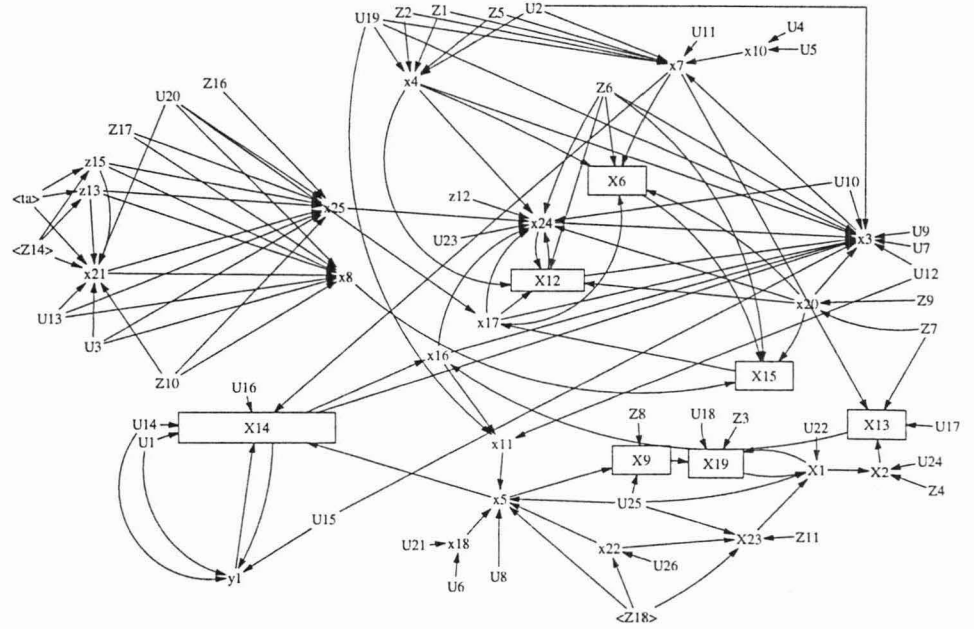


FIG. 3.1: Graphe représentatif du modèle *Ana Light*.

Eq. 2.97a et 2.97b :

$$\frac{dt_{2,m}}{dt} = \begin{cases} 1 & \text{si } P \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.28a)$$

$$t_{2,m}(0) = T_7(0) \quad (3.28b)$$

avec :

$$P = \begin{cases} t_{12} \geq T_7 \\ \text{et } (T_7 + t_{25,m}) - t_{25,m} \cdot \text{int} \left(\frac{T_7 + t_{25,m}}{t_{25,m}} \right) = t_{12} - t_{25,m} \cdot \text{int} \left(\frac{t_{12}}{t_{25,m}} \right) \end{cases}$$

et : $t_{25,m} = \{42, 7\}$ (cf. Eq. 2.98a et 2.98b).

3.2 Renommage des variables

3.2.1 Conventions

ANA LIGHT est la version du modèle obtenue par simplification de ANA LISE (suppression de variables accessoires et élimination par substitution de variables intermédiaires) et renommage des variables selon les conventions souvent utilisées en automatique :

- Commandes : paramètres d'entrée du modèle sur lesquels on peut agir (traités, ici, comme des constantes), notées U_i ou u_i ;
- Perturbations : paramètres d'entrée du modèle sur lesquels on ne peut pas, en principe, agir (traités aussi comme des constantes), notées Z_i ou z_i ;
- Etats : variables internes du système, notées X_i ou x_i ;

– Sorties : variables observables, notées Y_i ou y_i .

De plus, on renomme la variable t_{12} de ANA LISE (Eq. 2.8), correspondant au temps relatif annuel : t_A . Le graphe représentatif du modèle obtenu est donné à la figure 3.1. Les correspondances entre noms de variables sont données en annexe A.

3.2.2 Temps relatif

D'après Eq. 3.1 :

$$t_A = t - 365 \cdot \text{int} \left(\frac{t}{365} \right) \quad (3.29)$$

3.2.3 Variable de sortie

D'après Eq. 3.2 :

$$y_1 = \begin{cases} U_1 U_{14} & \text{si } \frac{X_{14}}{U_{15}} > 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.30)$$

3.2.4 Variables d'état

D'après Eq. 3.19a et 3.19b :

$$X_1(0) = 0 \quad (3.31a)$$

$$X_1(t) = \begin{cases} \frac{X_{19}(t - [U_{25,1} + U_{22}])}{U_{25,1}} & \text{si } \begin{cases} X_{23} + U_{25,1} + U_{22} \leq t \leq X_{23} + 2U_{25,1} + U_{22} \\ \text{et } X_{19}(t) > 0 \end{cases} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.31b)$$

D'après Eq. 3.25a et 3.25b :

$$X_2(0) = 0 \quad (3.32a)$$

$$X_2(t) = X_1(t - U_{24}) \cdot [1 - Z_4(t - U_{24})] \quad (3.32b)$$

D'après Eq. 3.13 :

$$x_{3,e \times c} = \begin{cases} U_2 & \text{si } \begin{cases} U_{9,c} \neq 0 \\ \text{et } x_{16,e} \geq U_{19,e} U_{12} \\ \text{et } x_{24,e \times c} \leq t \leq x_{24,e \times c} + \frac{Z_{6,c}}{x_{20,e}} \cdot \frac{x_{17,c}}{x_{4,e \times c}} \\ \text{et } X_{12,e \times c} = 0 \\ \text{et } \frac{X_{14}}{U_{15}} \geq U_{7,c} \end{cases} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.33)$$

D'après Eq. 3.18 :

$$x_{4,e \times c} = \frac{U_2}{2 \frac{U_{19,e}}{Z_1} + 1.6 \sum_v \frac{Z_{6,v \times c}}{Z_{2,v}}} \cdot U_{19,e} \quad (3.34)$$

D'après Eq. 3.23 :

$$x_{5,m} = \begin{cases} \frac{x_{18,m} \cdot Z_{18,m}}{Z_{18,1} \cdot U_{25,m}} & \text{si } \begin{cases} x_{22,m} \leq t \leq x_{22,m} + U_{25,m} \\ \text{et } U_{8,m} \neq 0, \\ \text{et } \prod_m x_{11,m} \neq 0 \end{cases} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.35)$$

D'après Eq. 3.10a et 3.10b :

$$X_{6,e \times c}(0) = x_{7,e \times c}(0) \quad (3.36a)$$

$$X_{6,e \times c}(t) = x_{7,e \times c} \left(t - \frac{Z_{6,c}}{x_{20,e}} \cdot \frac{x_{17,c}}{x_{4,e \times c}} \right) \quad (3.36b)$$

D'après Eq. 3.17 :

$$x_{7,e \times c} = F_A(x_{3,e \times c}, U_{4,c} \cdot U_{5,e}, U_{11}, U_2) \cdot \frac{U_{19,e}}{2 \frac{U_{19,e}}{Z_1} + 1.6 \sum_v \frac{Z_{5,v \times c}}{Z_{2,v}}} \quad (3.37)$$

D'après Eq. 3.6 :

$$x_{8,c} = \begin{cases} t_{21,c} \cdot \text{int} \left(\frac{U_{20,c}}{z_{15,c}} \right) & \text{si} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad x_{21,c} + Z_{17,c} \leq t \leq x_{21,c} + Z_{17,c} + t_{21,c} \quad (3.38)$$

avec (cf. Eq. 3.4)

$$t_{21,c} = \begin{cases} \frac{Z_{10,c} U_{20,c}}{U_{3,c} U_{13,c} \cdot \text{int} \left(\frac{z_{13,c}}{z_{15,c}} \right)} & \text{si} \\ T_s & \text{sinon} \end{cases} \quad U_{3,c} U_{13,c} \neq 0 \quad (3.39)$$

D'après Eq. 3.24a et 3.24b :

$$X_9(0) = 0 \quad (3.40a)$$

$$X_9(t) = Z_{8,m} \sum x_{5,m}(t - U_{25,1}) \quad (3.40b)$$

D'après Eq. 3.22a et 3.22b :

$$x_{11,1} = 1 \quad (3.41a)$$

$$x_{11,2} = \begin{cases} 0 & \text{si} \\ 1 & \text{sinon} \end{cases} \quad x_{16,1} < U_{19,1} U_{12} \quad (3.41b)$$

D'après Eq. 3.11

$$X_{12,e \times c} = \begin{cases} 1 & \text{si} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad x_{24,e \times c} + \frac{Z_{6,c}}{x_{20,e}} \frac{x_{17,c}}{x_{4,e \times c}} \leq t \leq x_{24,e \times c} + 2 \frac{Z_{6,c}}{x_{20,e}} \frac{x_{17,c}}{x_{4,e \times c}} \quad (3.42)$$

D'après Eq. 3.21a et 3.21b :

$$\frac{dX_{13}}{dt} = \frac{X_2(t)}{Z_7(t)} - \sum_c x_{7,(2,c)}(t) \quad (3.43a)$$

$$X_{13}(0) = \frac{U_{17}(0)}{Z_7(0)} \quad (3.43b)$$

D'après Eq. 3.3a et 3.3b :

$$\frac{dX_{14}}{dt} = U_1 U_{14} - \left[\sum_c x_{7,(1,c)}(t) + x_{5,2}(t) + y_1(t) \right] \quad (3.44a)$$

$$X_{14}(0) = U_{16} \quad (3.44b)$$

D'après Eq. 3.14 :

$$x_{16,e} = \{X_{14}, X_{13}\} \quad (3.45)$$

D'après Eq. 3.15 :

$$x_{17,c} = \begin{cases} \min(X_{15,c}, U_{20,c}) & \text{si } X_{15,c} \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.46)$$

D'après Eq. 3.26a et 3.26b :

$$x_{18,1} = U_{21} \quad (3.47a)$$

$$x_{18,2} = U_6 U_{21} \quad (3.47b)$$

D'après Eq. 3.27a et 3.27b :

$$\frac{dX_{19}}{dt} = X_9(t) [1 - Z_3(t)] - X_1(t) \quad (3.48a)$$

$$X_{19}(0) = U_{18}(0) \quad (3.48b)$$

D'après Eq. 2.121 ($3 \leq x_{20,1} \leq 5$) :

$$x_{20,e} = \{4.5, Z_9 Z_7\} \quad (3.49)$$

D'après Eq. 3.5a et 3.5b :

$$\frac{dx_{21,c}}{dt} = \begin{cases} 1 & \text{si} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \begin{cases} x_{26,c} \leq t < x_{26,c} + z_{13,c} - t_{21,c} \\ \text{et } \left[t_A - Z_{14,c} \cdot \text{int} \left(\frac{t_A}{Z_{14,c}} \right) \right] \\ - z_{15,c} \cdot \text{int} \left(\frac{\left[t_A - Z_{14,c} \cdot \text{int} \left(\frac{t_A}{Z_{14,c}} \right) \right]}{z_{15,c}} \right) = 0 \end{cases} \quad (3.50a)$$

$$x_{21,c}(0) = x_{26,c}(0) \quad (3.50b)$$

D'après Eq. 3.28a et 3.28b :

$$\frac{dx_{22,m}}{dt} = \begin{cases} 1 & \text{si} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} P = 1 \quad (3.51a)$$

$$x_{22,m}(0) = U_{26}(0) \quad (3.51b)$$

avec P la proposition logique (à valeurs de vérité dans $\{0, 1\}$) :

$$P = \begin{cases} t_A \geq U_{26} \\ \text{et } U_{26} + Z_{18,m} \left(1 - \text{int} \left(\frac{U_{26} + Z_{18,m}}{Z_{18,m}} \right) \right) = t_A - Z_{18,m} \cdot \text{int} \left(\frac{t_A}{Z_{18,m}} \right) \end{cases}$$

D'après Eq. 3.20a et 3.20b :

$$X_{23}(0) = Z_{18,1} - U_{25,1} - Z_{11} \quad (3.52a)$$

$$X_{23}(t) = x_{22,1}(t - [Z_{18,1} - U_{25,1} - Z_{11}]) + Z_{18,1} - U_{25,1} - Z_{11} \quad (3.52b)$$

D'après Eq. 3.12a et 3.12b :

$$\frac{dx_{24,e \times c}}{dt} = \begin{cases} 1 & \text{si} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \begin{cases} x_{25,c} \leq t < x_{25,c} + z_{12,c} + T_s \\ \text{et } X_{12,e \times c} = 0 \\ \text{et } \frac{Z_{6,c}}{x_{20,e}} \cdot \frac{x_{17,c}}{x_{4,e \times c}} \geq U_{23,c} \\ \text{et } x_{16,e} > U_{23,c} \cdot x_{4,e \times c} \\ \text{et } U_{10,e} \neq 0 \end{cases} \quad (3.53a)$$

$$x_{24,e \times c}(0) = x_{25,c}(0) \quad (3.53b)$$

D'après Eq. 3.9 :

$$x_{25,c} = \begin{cases} x_{21,c} + Z_{17,c} + \frac{Z_{10,c}U_{20,c}}{U_{3,c}U_{13,c} \cdot \text{int}\left(\frac{z_{13,c}}{z_{15,c}}\right)} + Z_{16,c} & \text{si } U_{3,c}U_{13,c} \neq 0 \\ x_{21,c} + Z_{17,c} + T_s + Z_{16,c} & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.54)$$

D'après Eq. 3.7a et 3.7b :

$$\frac{dx_{26,c}}{dt} = \begin{cases} 1 & \text{si } t_A \neq 0 \text{ et } t_A - Z_{14,c} \cdot \text{int}\left(\frac{t_A}{Z_{14,c}}\right) = 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.55a)$$

$$x_{26,c}(0) = Z_{14,c}(0) \quad (3.55b)$$

3.2.5 Commandes

D'après Eq. 2.101 ($0.04 \leq U_1 \leq 0.08$) :

$$U_1 = 0.06 \quad (3.56)$$

D'après Eq. 2.124 ($1 \leq U_2 \leq 10$) :

$$U_2 = 10 \quad (3.57)$$

D'après Eq. 2.109 ($30 \leq U_{3,1} \leq 70$, $4 \leq U_{3,2} \leq 6$, $0.45 \leq U_{3,3} \leq 0.55$) :

$$U_{3,c} = \{40, 5, 0.5, 0\} \quad (3.58)$$

D'après Eq. 2.114 :

$$U_{4,c} = \{2, 3, 1, 0\} \quad (3.59)$$

D'après Eq. 2.115 :

$$U_{5,e} = \{10, 1\} \quad (3.60)$$

D'après Eq. 2.134 ($1 \leq U_6 \leq 1.5$) :

$$U_6 = 1.4 \quad (3.61)$$

D'après Eq. 2.116 (seuil entre 0 et 1) :

$$U_{7,c} = \{0, 0, 0, 0.9\} \quad (3.62)$$

D'après Eq. 1.143 (switch binaire) :

$$U_{8,m} = \{1, 1\} \quad (3.63)$$

D'après Eq. 1.144 (switch binaire) :

$$U_{9,c} = \{1, 1, 1, 1\} \quad (3.64)$$

D'après Eq. 1.145 (switch binaire) :

$$U_{10,e} = \{1, 1\} \quad (3.65)$$

D'après Eq. 2.117 :

$$U_{11} = 1 \quad (3.66)$$

D'après Eq. 2.118 (entre 0 et 1) :

$$U_{12} = 1 \quad (3.67)$$

D'après Eq. 2.112 :

$$U_{13,c} = \{1, 2, 2, 0\} \quad (3.68)$$

D'après Eq. 2.102 :

$$U_{14} = 45 \quad (3.69)$$

D'après Eq. 2.103 (valeur nominale = 7 à 8 fois la valeur de U_{14}) :

$$U_{15} = 350 \quad (3.70)$$

D'après Eq. 2.104 ($0 \leq U_{16} \leq U_{15}$) :

$$U_{16} = 50 \quad (3.71)$$

D'après Eq. 2.135 :

$$U_{17} = 0 \quad (3.72)$$

D'après Eq. 2.136 :

$$U_{18} = 0 \quad (3.73)$$

D'après Eq. 2.128 :

$$U_{19,e} = \{5, 20\} \quad (3.74)$$

D'après Eq. 2.110 :

$$U_{20,c} = \{3, 5, 1, 1\} \quad (3.75)$$

D'après Eq. 2.133 :

$$U_{21} = 33 \quad (3.76)$$

D'après Eq. 2.142 (valeur nominale entre 20 et 30) :

$$U_{22} = 0 \quad (3.77)$$

D'après Eq. 2.122 :

$$U_{23,c} = \{0.1, 0.1, 0.1, 0.1\} \quad (3.78)$$

D'après Eq. 2.143 (valeur nominale entre 60 et 90) :

$$U_{24} = 30 \quad (3.79)$$

D'après Eq. 2.144 :

$$U_{25,m} = \{1, 1\} \quad (3.80)$$

D'après Eq. 2.145 :

$$U_{26} = 15 \quad (3.81)$$

3.2.6 Perturbations

D'après Eq. 2.125 ($40 \leq Z_1 \leq 60$) :

$$Z_1 = 50 \quad (3.82)$$

D'après Eq. 2.126 :

$$Z_{2,v} = \{5, 10, 15\} \quad (3.83)$$

D'après Eq. 2.131 ($0.5 \leq Z_3 \leq 0.85$) :

$$Z_3 = 0.78 \quad (3.84)$$

D'après Eq. 2.132 :

$$Z_4 = 0.053 \quad (3.85)$$

D'après Eq. 2.127 :

$$Z_{5,v \times c} = \{0.3, 0.5, 0.75, 0.5, 0.4, 1, 0.5, 1.5, 1, 2, 0, 1\} \quad (3.86)$$

D'après Eq. 2.119 ($40 \leq Z_{6,1} \leq 80$, $150 \leq Z_{6,2} \leq 250$, $80 \leq Z_{6,3} \leq 120$) :

$$Z_{6,c} = \{60, 200, 100, 200\} \quad (3.87)$$

D'après Eq. 2.138 ($0.5 \leq Z_7 \leq 0.7$) :

$$Z_7 = 0.6 \quad (3.88)$$

D'après Eq. 2.139 ($0.2 \leq Z_{8,1} \leq 0.5$, $1 \leq Z_{8,2} \leq 1.03$) :

$$Z_{8,m} = \{0.4, 1.03\} \quad (3.89)$$

D'après Eq. 2.140 :

$$Z_9 = 4.8 \quad (3.90)$$

D'après Eq. 2.111 ($15 \leq Z_{10,1} \leq 25$, $60 \leq Z_{10,2} \leq 100$, $12 \leq Z_{10,3} \leq 17$) :

$$Z_{10,c} = \{20, 80, 15, 0\} \quad (3.91)$$

D'après Eq. 2.141 :

$$Z_{11} = 1 \quad (3.92)$$

D'après Eq. 2.120 :

$$z_{12,c} = \{15, 45, 30, T_f - t\} \quad (3.93)$$

D'après Eq. 2.107 (par défaut = $Z_{14,c}$, sinon une durée) :

$$z_{13,c} = Z_{14,c} \quad (3.94)$$

D'après Eq. 3.8a à 3.8d :

$$Z_{14,1} = \begin{cases} 28 & si & 0 \leq t_A < 60 \\ 42 & si & 60 \leq t_A < 152 \\ 56 & si & 152 \leq t_A < 244 \\ 42 & si & 244 \leq t_A < 335 \\ 28 & si & 335 \leq t_A < 365 \end{cases} \quad (3.95a)$$

$$Z_{14,2} = 215 \quad si \quad 0 \leq t_A < 365 \quad (3.95b)$$

$$Z_{14,3} = 181 \quad si \quad 0 \leq t_A < 365 \quad (3.95c)$$

$$Z_{14,4} = 10 \quad si \quad 0 \leq t_A < 365 \quad (3.95d)$$

D'après Eq. 2.108 (par défaut = $Z_{14,c}$, sinon une durée) :

$$z_{15,c} = Z_{14,c} \quad (3.96)$$

D'après Eq. 2.123 :

$$Z_{16,c} = \{1, 1, 1, 0\} \quad (3.97)$$

D'après Eq. 2.112 :

$$Z_{17,c} = \{0, 0, 0, 0\} \quad (3.98)$$

D'après Eq. 2.98a et 2.98b :

$$Z_{18,1} = 42 \quad si \quad 0 \leq t_A < 365 \quad (3.99a)$$

$$Z_{18,2} = 7 \quad si \quad 0 \leq t_A < 365 \quad (3.99b)$$

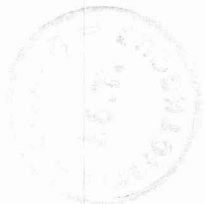
Annexe A

Correspondance des noms de variables

Mona Lise	Ana Lise	Ana Light	Unité
action_apport	k_1		[*]
action_destockage	k_2		[*]
action_epandage	k_3		[*]
action_recolte	k_4		[*]
balance_gestion_lisier	q_1		m ³
CAPACITE_STOCKAGE	Q_2	U_{15}	m ³
CAPACITE_TRANS	Q_3	U_{19}	m ³
COEFF_SEUIL	K_5	U_{12}	[*]
cond_speciales	k_6		[*]
conso_lisier	f_1		m ³ /j
creneau_epandage	k_7		[*]
ctrl_apport_ok	k_8	x_{11}	[*]
Ctrl_Duree_Epandage	K_9	X_{12}	[*]
ctrl_inf_ok	k_{10}		[*]
ctrl_sup_ok	k_{11}		[*]
culture : fourrage, canne, fruits, friche	$c : C_1, C_2, C_3, C_4$		[*]
Cumul_Apport	Q_4		T
Cumul_Conso_Lisier	Q_5		m ³
Cumul_Input_Lisier	Q_6		m ³
Cumul_Mo_Epandu	Q_7		m ³
cumul_n_epandu	q_8		N
Cumul_Output_Lisier	Q_9		m ³
Cumul_Ravine	Q_{10}		m ³
Cumul_Surface_Liberee	Q_{11}		ha
Cumul_Surface_Traitee	Q_{12}		ha
Cumul_Total_Apport	Q_{13}		T
Cumul_Total_Mo_Epandu	Q_{14}		m ³
cycle_cultural	t_1		j
date_apport	t_2	x_{22}	j
date_cycle	t_3		j
Date_Destockage	T_4	X_{23}	j
date_epandage	t_5	x_{24}	j

Mona Lise	Ana Lise	Ana Light	Unité
date_frac	t_6		j
DATE_INIT	T_7	U_{26}	j
date_plus_tot	t_8	x_{25}	j
date_recl	t_9	x_{26}	j
date_recolte	t_{10}	x_{21}	j
date_recolte_corrige	t_{11}		j
date_relative	t_{12}	t_A	j
DEBIT_REMPLISSAGE	F_2	Z_1	m^3/h
Delai_Epandage	F_3	X_6	m^3/j
DELAI_IN_OUT	T_{13}	Z_{11}	j
delai_report	t_{14}	z_{12}	j
distance_elevage_parcelle	q_{15}		km
DISTANCES_PARTIELLES	Q_{16}	Z_5	km
DOSE_N_PAR_HA	R_1	Z_6	N/ha
dose_vol_par_ha	r_2		m^3/ha
duree_batch	t_{15}		j
duree_campagne	t_{16}	z_{13}	j
duree_epandage	t_{17}		j
DUREE_FERMENT	T_{18}	U_{22}	j
DUREE_MIN	T_{19}	U_{23}	j
DUREE_PHASE_2	T_{20}	U_{24}	j
duree_recolte	t_{21}		j
FCYCLE	$T_{22} \equiv t_{1,c}$	Z_{14}	j
FINAL_TIME	T_f		j
flux_epandu	f_4	x_7	m^3/j
flux_ravine	f_5	y_1	m^3/j
flux_surface_liberee	f_6	x_8	ha/j
flux_surface_traitee	f_7		ha/j
flux_total_epandu	f_8		m^3/j
frac_cycle	t_{23}	z_{15}	j
fractionnement_batch	k_{12}		[*]
In_Mo	F_9	X_9	T/j
in_out	f_{10}		m^3/j
INITIAL_TIME	T_0		j
input_lisier	f_{11}		m^3/j
LATENCE	T_{24}	Z_{16}	j
LISIER_PAR_TNE	F_{12}	U_1	$m^3/tne/j$
MASSE_VOL_COMP	R_3	Z_7	T/ m^3
MASSE_VOL_MO	R_4	Z_8	T/ m^3
masse_vol_n	r_5	x_{20}	N/ m^3
mat_epandable : lisier, compost	$e : E_1, E_2$		[*]
mo : support, effluent	$m : M_1, M_2$		[*]
N_COMP	R_6	Z_9	N/T
nb_combin	k_{13}		[*]

Mona Lise	Ana Lise	Ana Light	Unité
NB_COUPEURS	Q_{17}	U_{13}	coupeur
nb_récolte	k_{14}		[*]
NB_TNE	Q_{18}	U_{14}	tne
nb_transports_par_jour	f_{13}		1/j
num_cult	k_{15}		[*]
num_mat_ép	k_{16}		[*]
out_compost	f_{14}		m ³ /j
Out_Phase1	F_{15}	X_1	T/j
Out_Phase2	F_{16}	X_2	T/j
output_lisier	f_{17}		m ³ /j
periode_apport_an	t_{25}		j
PERIODE_APPORT_jour	T_{26}	U_{25}	j
période déstockage_jour	t_{27}		j
PERTES_PHASE_1	K_{17}	Z_3	[*]
PERTES_PHASE_2	K_{18}	Z_4	[*]
PRIOR_CULT	K_{19}	U_4	[*]
PRIOR_EP	K_{20}	U_5	[*]
priorite	k_{21}	x_{10}	[*]
production	q_{19}		T
qte_a_epandre	q_{20}		m ³
RATIO_MELANGE	K_{22}	U_6	[*]
RENDEMENT	R_7	Z_{10}	T/ha
RETARD	T_{28}	Z_{17}	j
seuil_inf_ctrl	q_{21}		m ³
seuil_sup_ctrl	q_{22}		m ³
SEUIL_SURSTOCK	K_{23}	U_7	[*]
Stock_Compost	Q_{23}	X_{13}	m ³
stock_compost_masse	q_{24}		T
STOCK_INIT	Q_{25}	U_{16}	m ³
STOCK_INIT_COMP	Q_{26}	U_{17}	T
STOCK_INIT_ZUT_1	Q_{27}	U_{18}	T
STOCK_INIT_ZUT_2	Q_{28}		T
Stock_Lisier	Q_{29}	X_{14}	m ³
Stock_Surface	Q_{30}	X_{15}	ha
stocks_mat_ép	q_{31}	x_{16}	m ³
surf_récoltable	q_{32}		ha
SURFACE	Q_{33}	U_{20}	ha
surface_epandable	q_{34}	x_{17}	ha
surstock	k_{24}		[*]
SW_COMP_ON	K_{25}	U_8	[*]
SW_CULTURE_ON	K_{26}	U_9	*
SW_EPANDAGE_ON	K_{27}	U_{10}	*
T_APPORT	$T_{29} \equiv t_{25,m}$	Z_{18}	j
temps_alloue	f_{18}		h/j



Mona Lise	Ana Lise	Ana Light	Unité
TEMPS_EPANDAGE_jour	F_{19}	U_2	h/j
temps_epandage_par_m ³	r_8		h/m ³
temps_epandage_par_trans	t_{30}		h
temps_partiels_transport_ar	t_{31}		h
Temps_Passé	T_{32}		h
temps_remplissage	t_{33}		h
temps_requis	f_{20}	x_3	h/j
temps_transport_ar	t_{34}		h
tend_stock	f_{21}		1/j
TIME_STEP	T_s		j
total_lisier_produit	q_{35}		m ³
total_temps_epandage	T_{35}		h
VITESSE_A_PLEIN	F_{22}	Z_2	km/h
vitesse_à_vide	f_{23}		km/h
VITESSE_RECOLTE	F_{24}	U_3	T/coupeur/j
voirie : vtt, chemin, route	$v : V_1, V_2, V_3$		[*]
vol_jour_épardable	f_{25}	x_4	m ³ /j
vol_par_apport	q_{36}		m ³
vol_par_batch	q_{37}	x_{18}	m ³
	Q_{371}	U_{21}	
WIDTH	K_{28}	U_{11}	[*]
zut_apport_masse	f_{26}		T/j
zut_apport_vol	f_{27}	x_5	m ³ /j
Zut_Phase_1	Q_{38}	X_9	T
Zut_Phase_2	Q_{39}		T

Annexe B

Equivalence mathématique de fonctions Vensim

B.1 ALLOC_P

B.1.1 Transcription de la fonction

La fonction *ALLOC_P* de VENSIM, utilisée conjointement avec la fonction *MARKETP*, permet de modéliser l'allocation d'une ressource entre différents demandeurs de telle sorte que :

- la somme des allocations à chaque demandeur soit égale à la ressource,
- toute allocation soit positive,
- aucun demandeur ne reçoive plus que sa demande,
- si la ressource est suffisante, chaque demandeur reçoive exactement la part demandée,
- en cas de ressource insuffisante, les allocations soient calculées en fonction du degré de priorité de chaque demandeur, selon différents modes possibles de répartition.

Les arguments de *ALLOC_P*(D, P, W, M_p) avec

$$M_p = \text{MARKETP}(d_1, p_1, n, W, R)$$

sont :

- un ensemble ordonné de demandes $D = \{d_1, \dots, d_n\}$ (d_i : demande de l'individu $i = 1, \dots, n$);
- un ensemble ordonné de priorités moyennes $P = \{p_1, \dots, p_n\}$ (p_i : priorité moyenne de l'individu i);
- la largeur de répartition, $W = cte$, permettant de déterminer l'intervalle de priorité $[m_i, M_i]$ de chaque individu : $m_i = p_i - \frac{1}{2}W$ et $M_i = p_i + \frac{1}{2}W$;
- une ressource en quantité R .

La fonction décrivant la hauteur de la demande d'un individu par point de priorité $h(i, p)$ (voir figure B.1) est définie par :

$$h(i, p) = \begin{cases} \frac{d_i}{W} & \text{si } m_i \leq p \leq M_i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

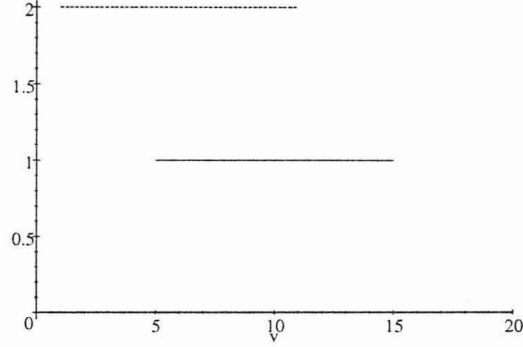


FIG. B.1: Graphe des fonctions $h(1,p)$ et $h(2,p)$, respectivement lignes inférieure et supérieure du graphique.

et la fonction cumulant ces hauteurs (voir figure B.2) est :

$$H(p) = \sum_{i=1}^n h(i,p) \quad (\text{B.2})$$

La priorité limite inférieure d'allocation de la ressource entre les individus est la borne x , permettant de satisfaire l'équation :

$$\int_x^M H(p) dp = R \quad (\text{B.3})$$

où $M = \max(M_1, \dots, M_n)$.

La part de ressource allouée à chaque individu i , sera déterminée par :

$$A_i = \int_x^{M_i} h(i,p) dp \quad (\text{B.4})$$

B.1.2 Notation

Dans ANA LISE, on notera $F_A(D, P, W, R)$ la fonction d'allocation dont on vient de décrire la procédure de calcul, correspondant à la transcription de la fonction VENSIM $ALLOC_P(D, P, W, M_p)$, où :

$$M_p = MARKETP(d_1, p_1, n, W, R)$$

B.1.3 Exemple

On prend deux individus ($i = 1, 2$) et les valeurs suivantes :

$$D = \{10, 20\}$$

$$P = \{10, 6\}$$

$$W = 10$$

$$R = 15$$

On obtient :

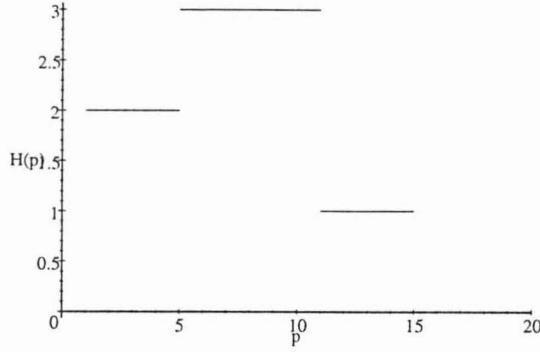


FIG. B.2: $H(p) = h(1, p) + h(2, p)$

- bornes de priorité minimales : $m_i = \{5, 1\}$
- bornes de priorité maximales : $M_i = \{15, 11\}$
- fonction des demandes par point de priorité (voir figure B.1) :
$$h(1, p) = \begin{cases} 1 & \text{si } 5 \leq p \leq 15 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$h(2, p) = \begin{cases} 2 & \text{si } 1 \leq p \leq 11 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$
- fonction des demandes cumulées (voir figure B.2) : $H(p) = h(1, p) + h(2, p)$
- priorité limite inférieure d'allocation : $\int_x^{\max(M_1, M_2)} H(p) dp = R$, soit $x = \frac{22}{3} = 7.3333$
- allocation individu 1 : $\int_x^{M_1} h(1, p) dp = 7.6667$
- allocation individu 2 : $\int_x^{M_2} h(2, p) dp = 7.3334$

B.2 DELAY_INFORMATION

$DELAY_INFORMATION(u, d, x_0)$ définit une variable à retard discret :

$$x(0) = x_0 \quad (\text{B.5a})$$

$$x(t) = u(t - d) \quad (\text{B.5b})$$

où le délai $d \geq T_s$ peut être variable.

Autre fonction du même type : $DELAY_FIXED(u, d, x_0)$, où d est constant.

B.3 IF_THEN_ELSE

$IF_THEN_ELSE(C, T, F)$ a un format de règle classique où C, T, F figurent des expressions quelconques. La condition C (qui peut inclure des opérateurs logiques) est vérifiée si $C \neq 0$. La valeur rendue, x , s'exprime par :

$$x = \begin{cases} T & \text{si } C \neq 0 \\ F & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{B.6})$$

B.4 INTEG

$INTEG(f(x, z, u, C), x_0)$ permet de définir une EDO, notée dans VENSIM sous sa forme intégrale, équivalente à l'expression différentielle :

$$\frac{dx}{dt} = f(x(t), z(t), u(t), C) \quad (\text{B.7a})$$

$$x(0) = x_0 \quad (\text{B.7b})$$

B.5 LOOKUP_BACKWARD

$LOOKUP_BACKWARD(L, x)$ est une fonction permettant d'extraire des valeurs d'un tableau de données F selon la valeur de $x(t)$. Soit F , un tableau de données contenant une suite de couples (T_i, D_i) , où les $T_i = \text{cte}$ peuvent être des dates ($\forall i = 1, \dots, n, T_i \leq T_{i+1}$) et les $D_i = \text{cte}$ des durées, lorsqu'il s'agit, par exemple, de décrire un cycle culturel. F est noté dans MONA LISE sous la forme :

$$F([(T_{\min}, D_{\min}) - (T_{\max}, T_{\max})], (T_1, D_1), \dots, (T_n, D_n))$$

où l'expression $[\cdot]$ délimite la taille maximale du tableau. Dans ANA LISE, on notera F sous la forme d'un ensemble de couples :

$$\{(T_1, D_1), \dots, (T_m, D_m)\} \quad (\text{B.8})$$

Etant donnée la fonction VENSIM :

$$y = LOOKUP_BACKWARD(F, x)$$

la valeur de y sera donnée dans ANA LISE par :

$$y = D_i \quad \text{si} \quad T_i \leq x(t) < T_{i+1} \quad (\text{B.9})$$

Par analogie avec les autres variables, un tableau indicé $F[s]$ dans VENSIM correspond dans ANA LISE à un ensemble de tableaux $F_s = \{F_1, \dots, F_n\}$ où $n = \text{card}(s)$.

B.6 MODULO

$MODULO(A, B)$ rend le reste de la division entière A/B ($A, B \in \mathbb{R}, B \neq 0$). Elle est donc, dans le cas général, différente de la relation de congruence modulo B de deux entiers : $A \bmod B = C$ équivalent à $A \equiv C \pmod{B}$ avec $0 \leq C \leq B - 1$ ($A, B \in \mathbb{Z}, B \neq 0$). Elle sera donc traduite de la façon suivante :

$$MODULO(A, B) \equiv A - B \cdot \text{int} \left(\frac{A}{B} \right) \quad (\text{B.10})$$

où $\text{int} \left(\frac{A}{B} \right)$ est la partie entière du quotient.

B.7 PROD

Permet de faire le produit des valeurs des éléments d'une variable ou constante indicée $x[s]$, où $s = \{S_1, \dots, S_n\}$ est un ensemble de constantes symboliques ; pour simplifier on note le produit sur $s \equiv i = 1, \dots, n$:

$$PROD(x[s!]) \equiv \prod_s x_i \quad (\text{B.11})$$

B.8 PULSE

PULSE(t_i, Δ) permet de générer, à la date t_i , une impulsion de durée Δ :

$$z(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t_i \leq t \leq t_i + \Delta \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{B.12})$$

B.9 SAMPLE_IF_TRUE

SAMPLE_IF_TRUE(P, u, x_0) définit une équation conditionnelle, permettant de déterminer un état $x(t)$ en fonction de l'entrée $u(t)$, selon la valeur de vérité (0 ou 1) d'une proposition logique P . Quand P vaut 0, $x(t)$ est constant, si P vaut 1, $x(t)$ prend la valeur de $u(t)$:

$$\frac{dx}{dt} = P \cdot \frac{du}{dt} \quad (\text{B.13a})$$

$$x(0) = x_0 \quad (\text{B.13b})$$

B.10 SUM

Permet de sommer les valeurs des éléments d'une variable ou constante indicée $x[s]$, où $s = \{S_1, \dots, S_n\}$ est un ensemble de constantes symboliques ; pour simplifier on note la somme sur $s \equiv i = 1, \dots, n$:

$$SUM(x[s!]) \equiv \sum_s x_i \quad (\text{B.14})$$

B.11 TREND

TREND($u(t), T, z_0$) est une fonction récursive permettant d'estimer le taux de croissance moyen d'une entrée $u(t)$ sur une période de temps T , à partir de sa valeur initiale $z(0) = z_0$:

$$z(t) = \begin{cases} \frac{u(t) - \bar{z}(t)}{T\bar{z}(t)} & \text{si } T\bar{z}(t) \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{B.15})$$

avec :

$$\bar{z}(0) = \frac{u(0)}{1 + Tz_0} \quad (\text{B.16a})$$

$$\bar{z}(t) = \int_0^t z(\tau) \cdot \bar{z}(\tau) d\tau \quad (\text{B.16b})$$


B.12 VMAX

Retourne la valeur maximale des éléments d'une variable indicée $x[s]$ de MONA LISE, où $s = \{S_1, \dots, S_n\}$ est un ensemble de constantes symboliques. Une telle variable correspond dans ANA LISE à une variable $x_i = \{x_1, \dots, x_n\}$:

$$VMAX(x[s!]) \equiv \max(x_1, \dots, x_n) \quad (\text{B.17})$$

Si $x[s] = s$, les éléments symboliques de s étant caractérisés par leur rang $1, \dots, n$, dans VENSIM, alors la fonction *VMAX* rend le cardinal de l'ensemble s :

$$VMAX(s!) \equiv n = \text{card}(s) \quad (\text{B.18})$$



B.13 XIDZ

$XIDZ(A, B, X)$ permet de définir la division d'un terme par zéro :

$$XIDZ(A, B, X) \equiv \begin{cases} \frac{A}{B} & \text{si } B \neq 0 \\ X & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{B.19})$$

Résumé :

Ce rapport décrit la transcription de MONA LISE (*Modèle numérique-symbolique d'aide à la gestion de lisiers d'élevage*) en langage mathématique, à partir du langage de modélisation de VENSIM, le simulateur utilisé pour sa mise en oeuvre initiale. L'ensemble permet d'obtenir un modèle équivalent « allégé », dénommé ANA LIGHT. La motivation initiale de ce travail était la réalisation de l'étude analytique de MONA LISE. Elle est aussi de pouvoir communiquer ce modèle à un public plus large de modélisateurs ou d'utilisateurs potentiels, indépendamment du langage utilisé pour son implantation informatique.

Ce travail a consisté en trois étapes :

1. renommage des variables de MONA LISE ;
2. reformalisation des équations VENSIM en notation conventionnelle permettant d'obtenir un modèle intermédiaire, ANA LISE ;
3. simplification du modèle ANA LISE, puis, à nouveau, renommage des variables selon les conventions de l'automatique ; le résultat est l'obtention d'un modèle équivalent, ANA LIGHT, ayant un nombre d'équations réduit de moitié.

Afin de faciliter la compréhension du passage entre ces trois versions successives du même modèle, un tableau de correspondance des noms de variables est donné, de même que l'équivalence mathématique des fonctions VENSIM.

Le présent rapport ne reprend pas les exemples d'utilisation du modèle en simulation ou optimisation traités dans celui consacré à MONA LISE. Les résultats obtenus avec ANA LIGHT sont strictement équivalents à ceux de MONA LISE. Ce rapport constitue plutôt une sorte d'annexe technique du précédent, auquel on pourra utilement se reporter :

Guerrin F., Paillat J.-M., 1999. Cirad-Tera, rapport n° 34/99, La Réunion, 99 p.

Ce travail rentre dans le cadre de l'action thématique programmée du Cirad (ATP n° 99/60) : « Modélisation des flux de biomasse et des transferts de fertilité ; gestion des effluents d'élevage à la Réunion ».

Mots-clés :

Modélisation, système dynamique hybride, gestion des effluents d'élevage, La Réunion.